Témakörök TDK, BSc és MSc dolgozathoz

Andai Attila

2021 november 23.

Mi az információgeometria?

Információgeometria: paraméteres valószínűségi eloszlások esetén statisztikailag releváns geometria megadása a paramétertéren.

Mi az információgeometria?

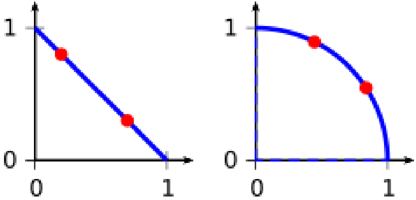
Információgeometria: paraméteres valószínűségi eloszlások esetén statisztikailag releváns geometria megadása a paramétertéren.

Mekkora a $(p_1, 1-p_1)$ és $(p_2, 1-p_2)$ érmék távolsága?

Mi az információgeometria?

Információgeometria: paraméteres valószínűségi eloszlások esetén statisztikailag releváns geometria megadása a paramétertéren.

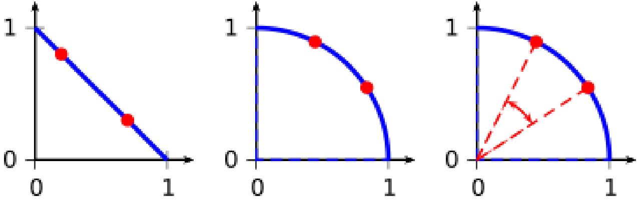
Mekkora a $(p_1, 1 - p_1)$ és $(p_2, 1 - p_2)$ érmék távolsága?



Mi az információgeometria?

Információgeometria: paraméteres valószínűségi eloszlások esetén statisztikailag releváns geometria megadása a paramétertéren.

Mekkora a $(p_1, 1 - p_1)$ és $(p_2, 1 - p_2)$ érmék távolsága?



1925-ben Fisher a $(\sqrt{p_1}, \sqrt{1 - p_1})$ és $(\sqrt{p_2}, \sqrt{1 - p_2})$ vektorok által bezárt szöget javasolta távolságnak.

Probléma az egyenletes eloszlással

Tegyük fel, hogy egyenletes eloszlással választunk egy érmét.
(Választunk egy $p \in]0,1[$ értéket egyenletes eloszlás szerint.)

Probléma az egyenletes eloszlással

Tegyük fel, hogy egyenletes eloszlással választunk egy érmét. (Választunk egy $p \in]0,1[$ értéket egyenletes eloszlás szerint.)

- Ha más paraméterezést választunk az érme leírására, pl. $(p^2, 1 - p^2)$, akkor a választásunk már nem lesz egyenletes eloszlású ezen paraméterezés szerint!

- Mi lehet akkor egy paraméterezéstől független egyenletes eloszlás?

Probléma az egyenletes eloszlással

Tegyük fel, hogy egyenletes eloszlással választunk egy érmét. (Választunk egy $p \in]0,1[$ értéket egyenletes eloszlás szerint.)

- Ha más paraméterezést választunk az érme leírására, pl. $(p^2, 1-p^2)$, akkor a választásunk már nem lesz egyenletes eloszlású ezen paraméterezés szerint!

- Mi lehet akkor egy paraméterezéstől független egyenletes eloszlás?

- **Fisher-információ!**

Példa: Normális eloszás

A paramétertér $\Xi = \mathbb{R} \times \mathbb{R}^+$, a parméterezett sűrűségfüggvény

$$p(x, \mu, \sigma) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{\sigma^2}\right), \qquad (\mu, \sigma) \in \Xi.$$

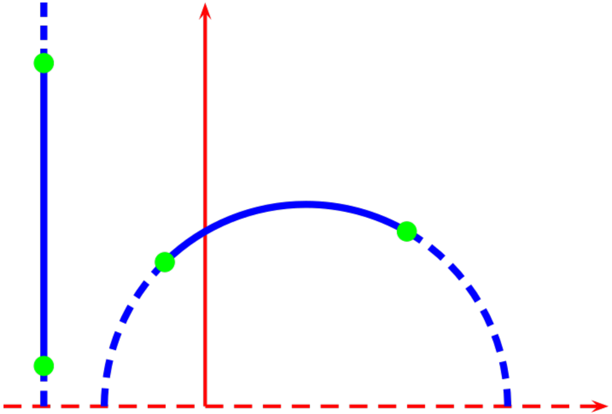
A (μ, σ) koordinátarendszerben a **Fisher információ**(s mátrix)

$$(g_{ik}^{(\mathrm{F})}) = \begin{pmatrix} \frac{2}{\sigma^2} & 0 \\ 0 & \frac{2}{\sigma^2} \end{pmatrix}.$$

A $(\Xi, g^{(\mathrm{F})})$ más néven: *hiperbolikus sík*.

Példa: Normális eloszlás

Ebben a geometriában a geodetikusok olyan félkörök, melyek középpontja a $\sigma = 0$ egyenesen van és a $\mu =$ állandó félegyenesek.



Feladat:

Választott paraméteres sűrűségfüggvények terének geometriai vizsgálata a Fisher-információ segítségével.

Feladat:

Választott paraméteres sűrűségfüggvények terének geometriai vizsgálata a Fisher-információ segítségével.

Fisher-információ (tanuló) neuronhálókon.

Információgeometria a kvantummechanikában

Filozófiai háttér: Qmechanikai állapottér + Fisher-információ $\Longrightarrow$???.

Információgeometria a kvantummechanikában

Filozófiai háttér: Qmechanikai állapottér + Fisher-információ $\Longrightarrow$???.

Vizsgálandó területek:
– határozatlansági relációk;
– kvantumcsatornák (qubit-qubit csatornák) geometriája;
– állapottér speciális részhalmazainak a térfogata.

Információgeometria a kvantummechanikában

Filozófiai háttér: Qmechanikai állapottér + Fisher-információ $\Longrightarrow$???.

Vizsgálandó területek:
– határozatlansági relációk;
– kvantumcsatornák (qubit-qubit csatornák) geometriája;
– állapottér speciális részhalmazainak a térfogata.

Eszközök: $n \times n$-es mátrixok algebrája, mátrixanalízis
számítógépes szimuláció.

Jó ÖSSZEFONÓDOTT ÁLLAPOTOK

Összetett kvantumállapotok terének Szent Grálja:
Összefonódott állapot. (Mert ezzel lehet kvantumkomputingolni.)

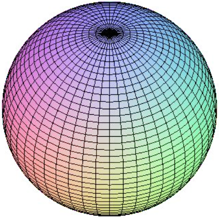
A. Sauer, Zs. Bernád, H. Moreno, G. Alber, preprintje alapján.

(Beküldve folyóirathoz: 2021.10.29.)

2021-ben a Darmstadti Műszaki Egyetem szuperszámítógépén végzett numerikus kísérletek alapján.
(3.148 PFlop/s, 257 TByte RAM)

Jó ÖSSZEFONÓDOTT ÁLLAPOTOK

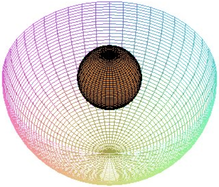
Összetett kvantumállapotok terének Szent Grálja:
Összefonódott állapot. (Mert ezzel lehet kvantumkomputingolni.)



Az állapottér.

Jó ÖSSZEFONÓDOTT ÁLLAPOTOK

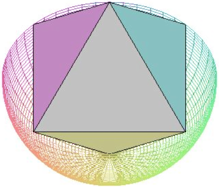
Összetett kvantumállapotok terének Szent Grálja:
Összefonódott állapot. (Mert ezzel lehet kvantumkomputingolni.)



Szeparált állapotok az állapottérben. $\frac{V_{szep}}{V} \to 0.$

Jó ÖSSZEFONÓDOTT ÁLLAPOTOK

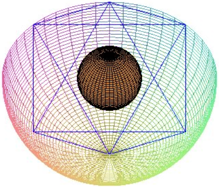
Összetett kvantumállapotok terének Szent Grálja:
Összefonódott állapot. (Mert ezzel lehet kvantumkomputingolni.)



Bell politóp az állapottérben.

Jó összefonódott állapotok

Összetett kvantumállapotok terének Szent Grálja:
Összefonódott állapot. (Mert ezzel lehet kvantumkomputingolni.)



$$\frac{V - V_{Bell}}{V} \to 0!$$

Reprezentációelmélet

Lokálisan kompakt topologikus csoportok folytonos projektív irreducibilis ábrázolásainak elmélete.

Reprezentációelmélet

Lokálisan kompakt topologikus csoportok folytonos projektív irreducibilis ábrázolásainak elmélete.

Filozófiai háttér: Szimmetria $\Longrightarrow$ állapotegyenlet.

Reprezentációelmélet

Lokálisan kompakt topologikus csoportok folytonos projektív irreducibilis ábrázolásainak elmélete.

Filozófiai háttér: Szimmetria $\Longrightarrow$ állapotegyenlet.

Eszközök: Mackey-féle reprezentációs tétel, $n \times n$-es mátrixok részcsoportja (n kicsi).

Vizsgálandó területek: egy adott szimmetriához milyen hullámegyenlet tartozik.

K-elmélet

Mátrixalgebrák véletlen induktív limeszének tulajdonságai.

K-elmélet

Mátrixalgebrák véletlen induktív limeszének tulajdonságai.

Filozófiai háttér: Konkrét induktív limesz jól számolható. Mit kapunk, ha véletlent teszünk bele?

K-ELMÉLET

Mátrixalgebrák véletlen induktív limeszének tulajdonságai.

Filozófiai háttér: Konkrét induktív limesz jól számolható. Mit kapunk, ha véletlent teszünk bele?

Eszközök: Kis méretű mátrixok sé-ei, sv-ai, rendezett csoportok.

Vizsgálandó területek: véletlenszerűen generált végtelen dimenziós algebrákról mit mondhatunk.

Általános relativitáselmélet

Időutazás vagy Maxwell-egyenletek fekete lyuk körül.

Általános relativitáselmélet

Időutazás vagy Maxwell-egyenletek fekete lyuk körül.

Filozófiai háttér: Érdekes...

Általános relativitáselmélet

Időutazás vagy Maxwell-egyenletek fekete lyuk körül.

Filozófiai háttér: Érdekes...

Eszközök: $\mathbb{R}^4$-en diffgeo, Maple, Riemann-geometria alapjai.

Vizsgálandó területek: Időutazás lehetőségei különböző téridő modellekben, vákuumbeli Maxwell-egyenletek megoldásai.

Összefoglaló

	TDK	BSc	MSc
CI-Info-Geo.	+	+	+
Q-Info-Geo.	+	+	+
Öszf. állapotok	+	+	+
Repr. elm.	+	+	+
K-elmélet	+	+	+
Áltrel.	+	+	+

Köszönöm a figyelmet!