

Kvantumcsatornák differenciálgeometriai vizsgálata

ABSZTRAKT

Molnár András

2012. december 16.

A diplomamunka két terület találkozására épül: kvantum-információelmélet és a differenciálgeometria találkozására.

A kvantum-információelméleti részben bevezettük a kvantumcsatornák fogalmát. A kvantumcsatornák koncepciója a kvantuminformatikában merül fel, amikor a rendszerek állapottranszformációit akarjuk jellemezni. Kvantumcsatorna például a nem zárt rendszerek időfejlődése, ha kezdetben a rendszer és környezete szorzatállapotban volt. De kvantumcsatorna például a részleges nyom képzése is, amikor a rendszer sűrűsége helyett egy részrendszerének a sűrűségét tekintjük. Bevezetjük a Holevo-kapacitás fogalmát, ami a csatornán átküldhető információ mennyiségére jellemző. A Holevo-kapacitás meghatározása általában nehéz feladat. Ismertetünk egy tételt, ami geometriai szemlélettel bizonyos esetekben könnyebbé teszi a kapacitás meghatározását, majd a tétel segítségével kiszámoljuk egy csatorna-család kapacitását.

A második részben a Petz által bevezetett általánosított relatív entrópiák segítségével bevezetjük a monoton metrikákat. Az így kapott metrikákra kiszámoljuk az állapotter skálárgömbületét. A számolás lényege, hogy a Cauchy-tételt használva mátrixok függvényeit tudjuk deriválni.

A két témakör kapcsolata a Choi-tétel segítségével történik: ez alapján a kvantumcsatornákat egy kellően nagy állapotter affin részhalmazaként lehet elképzelni. A monoton metrikát meg lehet szorítani a csatornák terére, így a csatornák terén is tudunk differenciálgeometriát csinálni. A fő eredményünk a skálárgömbület kiszámolása a fentiekben is használt csatorna-családra.