

A Galilei-csoportok projektív ábrázolásai

Holló László, MSc I. évfolyam.

Konzulens: Andai Attila, BME Matematika Intézet, Analízis tanszék

A kvantummechanika axiómái szerint az eseményeket egy Hilbert-tér projektorainak tekintjük, a fizikai mennyiségeket pedig ezen Hilbert-tér projektor-hálóján ható önadjungált operátoroknak. Ebben a matematikai modellben szükségünk van a téridő szimmetriacsoportjának irreducibilis projektív ábrázolásaira. Amennyiben ismerjük az összes irreducibilis reprezentációt megtudhatjuk, hogy az adott téridő-modellben az elemi részecskék milyen tulajdonságokkal rendelkeznek. Az n térdimenziós nemrelativisztikus téridő-modell szimmetriacsoportját nevezzük n -térdimenziós Galilei-csoportnak.

Ismert tény, hogy a három térdimenziós nemrelativisztikus kvantummechanikában minden elemi részecskét két paraméterrel jellemezhetünk, az egyik a részecske tömege, ami egy pozitív valós szám, a másik pedig a részecske spinje, ami egy félegész szám. Egy és két térdimenzió esetén viszont ez már nem igaz. Grigore 1996-ban megjelent cikkében megadta a két térdimenziós Galilei-csoport irreducibilis projektív ábrázolásait, amiből kiderült, hogy egy elemi részecskének van egy harmadik jellemző paramétere, egy saját belső mágneses fluxusa, amit azóta kísérletileg is igazoltak.

A szakirodalomban eddig a fent említett három esetet dolgozták fel. A dolgozatomban megadom az eddig még nem tárgyalt négy- és több térdimenziós Galilei-csoport összes folytonos irreducibilis projektív ábrázolásait, amiből kiderül, hogy egy elemi részecskét milyen paraméterekkel jellemezhetünk. További eredményként megadom a szabad részecske Hamilton-operátorát a valós- és az impulzus-térben, valamint csupán a téridő szimmetriáiból levezetem a Schrödinger-egyenletet.

Irodalom:

1. V. S. Varadarajan, *Geometry of Quantum Theory, Second Edition, Chapter 8, Springer, New York, (2007).*
2. Matolcsi T., Székely S., *Matematikai fizika I., VI-VII felyezet, Tankönyvkiadó, Budapest, (1980)*
3. D. R. Grigore, „*The projective unitary irreducible representations of the Galilei group in 1+2 dimensions*”, *Journal of Mathematical Physics*, Vol. **37**, no. 1, pp. 460-473. (1996)
4. Andai Attila, diplomamunka, *A kvantummechanika matematikai alapjairól*, ELTE, Természettudományi Kar, Alkalmazott Analízis Tanszék, (1998)
5. Kristóf J., *A matematikai analízis elemei IV, ELTE, Budapest, (1998)*