

10. Paraméterezések

I. Adjuk meg paraméteresen az alábbi görbékét és felületeket.

1. Az $y = 1$ síkban lévő $(0, 1, 0)$ középpontú 2 sugarú körvonal.
2. A $z = 0$ síkban lévő $(1, 3)$ középpontú a, b féltengelyű ellipszis ($a, b \in \mathbb{R}^+$).
3. A $z = x^2 + y^2$ és az $x + y - z = -4$ egyenletű felületek metszetgörbéje.
4. Az $(1, 2, 3)$ középpontú 5 sugarú gömb.
5. Az $x^2 + y^2 = 1$ $z = 0$ síkbeli vezérvonalú, $(0, 0, 2)$ középpontú kúpfelület.
6. A $(t, 2, 5)$ vezéregyenesű 3 sugarú henger.

II. Mi lesz a

$$\gamma : \{0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad t \mapsto (t^2 - 2t, 3t - 5, -t^2 - 2)$$

görbe érintőjének az egyenlete a $t_0 = 2$ paraméternél?

III. Írjuk fel az alábbi $v : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ vektormezők deriváltját, ahol $a \in \mathbb{R}^3$ adott vektor.

- | | | |
|---------------------|------------------------------------|-------------------------------|
| 1. $v(r) = r$ | 2. $v(r) = a \cdot \ r\ ^2$ | 3. $v(r) = \ln \ r\ \cdot r$ |
| 4. $v(r) = \ r\ r$ | 5. $v(r) = \langle a, r \rangle r$ | 6. $v(r) = a \times r$ |

IV. Vonalmenti integrálok.

1. Mekkora a $v : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$, $v(x, y) = (-y, x)$ függvény $A = (0, 1)$ és $B = (1, 0)$ pontok közötti vonalmenti integrálja, ha A -ból B -be egyenesvonal mentén, illetve, ha az origó középpontú kör negyedíve mentén integrálunk?
2. Legyen $v : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$, $v(x, y, z) = (xy, y^2, xz)$ és $\gamma : \{0, 1\} \rightarrow \mathbb{R}^3$, $\gamma(t) = (t, t^2 + 1, \exp(t))$.
Határozzuk meg az $\int_{\gamma} v$ integrál értékét.

V. Számoljuk ki az alábbi mennyiségeket, ahol $f \in C^2(\mathbb{R}, \mathbb{R})$.

1. $\text{grad} \log \|r\|^3$
2. $\text{grad} \|r\|^5$
3. $\text{grad} f(\|r\|)$