Matematika A3 villamosmérnököknek
2010/11 I. félév, vizsgatematika

A szóbeli vizsgán mindenki kap két tételt az alábbiakból. Az elsőnek adott tételt részletesen kell ismertetni, a másikból csak a definíciókat és a tételeket.

1. Komplex sorozatok és sorok. A komplex számsík nyílt, zárt, korlátos és kompakt részhalmazai. Komplex sorozatok konvergenciája. Cauchy-sorozatok. Konvergens sorozatok határértékének tulajdonságai. Komplex sorok konvergenciája és abszolút konvergenciája. A komplex sorokra vonatkozó hányados- és gyökkritérium. Komplex hatványsorok konvergenciasugara és a hatványsorok alaptulajdonságai.

2. Komplex függvény deriválása. Komplex függvény határértéke és folytonossága, valamint kapcsolat a határérték és a folytonosság között. Szakaszonként folytonosan differenciálható görbe fogalma. Komplex függvény deriválása. Regularitás fogalma. A Cauchy–Riemann-egyenletek és kapcsolatuk a deriválással. A harmonikus függvény és a harmonikus társ fogalma.

3. Deriválhatóság következményei. Komplex függvény szakaszonként folytonosan differenciálható görbe menti integrálja. Primitívfüggvény fogalma. Newton–Leibniz-tétel komplex függvényekre. Goursat-lemma. A differenciálhatóság és integrálhatóság közötti kapcsolat.

4. Integráltételek. Görbe indexfüggvénye és az indexfüggvény tulajdonságai. Cauchy-féle integráltétel és következményei.

5. Reziduum. Liouville-tétel. Az algebra alaptétele. Az identitás függvény egész kitevőjű hatványainak körintegrálja. Függvény Laurent-sorfejtése és reziduuma egy adott pontban. A reziduum-tétel.

6. Gradiens, divergenci és rotáció. A gradiens, divergencia és rotáció létezésének szükséges feltétele, valamint kiszámolási módja. A nabla-operátor fogalma és számolás a nabla-operátorral. A Laplace-operátor fogalma. A potenciálfüggvény fogalma, valamint létezésének elégséges feltétele. A potenciálfüggvény meghatározásának a módja.

7. Integrálás. Vonalmenti-, felületi- és felszíni integrál kiszámolásának a módja, valamint szemléletes jelentésük.

8. Integráltételek. A Newton–Leibniz-tétel, a Gauss–Osztrogradszkij-tétel, a Stokes-tétel, valamint a Green-tételek.

9. A differenciálegyenletek osztályozása. A differenciálegyenlet fogalma. Közönséges- és parciális differenciálegyenletek. Az n-ed rendű differenciálegyenlet fogalma. Az n-ed rendű lineáris homogén és inhomogén egyenlet általános alakja. A kezdeti érték probléma fogalma. Szétválasztható differenciálegyenlet alakja és megoldási módja.

10. Elsőrendű egyenletek. Az elsőrendű differenciálegyenlet alakja. Tétel a megoldás létezéséről és egyértelműségéről (Picard–Lindelöf-tétel). A lineáris elsőrendű differenciálegyenlet megoldása.

11. Lineáris, állandó együtthatójú, magasabbrendű differenciálegyenletek. A lineáris, állandó együtthatójú, magasabbrendű differenciálegyenletek általános alakja és megoldása.

12. Elsőrendű, állandó együtthatójú, lineáris differenciálegyenletrendszerek. Az elsőrendű, állandó együtthatójú, lineáris differenciálegyenletrendszer általános alakja és megoldása.

13. Ezgakt differenciálegyenletek. Differenciálegyenletek megoldása szukcesszív approximációval és Taylor-sorfejtéssel. Az egzakt differenciálegyenlet fogalma és megoldása. Multiplikátor keresése.