

Analízis 1.
1. pótpótzárthelyi dolgozat
 2013. 12. 18. 10.15-11.45

Név:
 Neptun kód:
 Gyakorlat kurzus:

1.	2.	3.	4.	5.	Σ:

1. Mutassa meg, hogy tetszőleges $A, B \subseteq C$ halmazra (5 p.)

$$A = B \iff A \cap (C \setminus B) = B \cap (C \setminus A).$$

2. Tekintsük az $\mathbb{R}$ halmazon az $\approx = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + 2x = y^2 + 2y\}$ relációt, (5+5 p.)
 vagyis $x \approx y$ pontosan akkor, ha $x^2 + 2x = y^2 + 2y$.

a.) Mutassa meg, hogy $\approx$ ekvivalenciareláció.

b.) Adja meg a -1 és a 0 számokhoz tartozó ekvivalencia osztályokat.

3. Bizonyítsa be, hogy minden $n \in \mathbb{N}^+$ számra $\sum_{k=1}^n k(k!) = (n+1)! - 1$. (5 p.)

4. Legyen $A = \{f : \mathbb{N} \rightarrow \{2, 3\} \mid \text{Dom } f = \mathbb{N}\}$. Mutassa meg, hogy ekkor (10 p.)
 $|A| = |\mathcal{P}(\mathbb{N})|$.

5. Legyen $A = \left\{ \frac{1}{n^2} \mid n \in \mathbb{N}^+ \right\} \cup ([-1, 0] \cap \mathbb{Q}) \cup [1, 2]$.

a.) Határozza meg az A halmaz belső, torlódási, határ- és izolált pontjait az $\mathbb{R}$ halmazban. (8 p.)

b.) Kompakt-e az A halmaz az $\mathbb{R}$ halmazban? (Válaszát indokolja!) (2 p.)

c.) Határozza meg az A halmaz belső, torlódási, határ- és izolált pontjait a $\mathbb{C}$ halmazban. (8 p.)

d.) Kompakt-e a A halmaz az $\mathbb{C}$ halmazban? (Válaszát indokolja!) (2 p.)