

Analízis 1.
1. zárthelyi dolgozat
 2013. 10. 07. 10.15-11.45

Név:
 Neptun kód:
 Gyakorlat kurzus:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ:

1. Mutassa meg, hogy tetszőleges A, B és C halmazra (6 p.)

$$(A \setminus B) \cup C = (A \cup C) \setminus (B \cup C) \iff C = \emptyset.$$

2. Igazolja, hogy tetszőleges A, B halmazra, $E, F \subseteq A$ részhalmazra és $f: A \rightarrow B$ függvényre $f(E) \setminus f(F) \subseteq f(E \setminus F)$ teljesül. (6 p.)

3. Bizonyítsa be, hogy minden $n \in \mathbb{N}$ számra $\sum_{k=0}^n k(k+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$. (6 p.)

4. Igazolja, hogy létezik $\varphi: (\mathbb{R} \setminus \mathbb{Q}) \rightarrow [-2, 7]$ bijekció. (6 p.)

5. Legyen $A, B \subseteq \mathbb{R}$ olyan halmaz, melynek létezik a szuprémuma. Mutassa meg, hogy ekkor létezik az $A \cup B$ halmaz szuprémuma, és (6 p.)

$$\sup(A \cup B) = \max\{\sup A, \sup B\}$$

teljesül.

6. Legyen $A =]0, 1[\cap \mathbb{Q} \cup [5, 6] \cup \{-1\}$. (7+7 p.)

- a.) Határozza meg az A halmaz belső, torlódási és izolált pontjait a valós számok $\mathbb{R}$ halmazában. (Válaszát indokolja!)
- b.) Határozza meg az A halmaz belső, torlódási és izolált pontjait a komplex számok $\mathbb{C}$ halmazában. (Válaszát indokolja!)

7. Legyen A halmaz és legyen $P, R \subseteq A \times A$ ekvivalenciareláció. Igazolja, hogy (10 p.)

$$P \cup (P \circ R) \cup (P \circ R \circ P) \cup (P \circ R \circ P \circ R) \cup \dots$$

ekvivalenciareláció.