

Analízis 1.
3. pótpótzárthelyi dolgozat
2013. 12. 18. 10.15-11.45

Név:
Neptun kód:
Gyakorlat kurzus:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	Σ:

1. Sorfejtés. (6+6 p.)

a.) Legyen $x_0 = \frac{\pi}{3}$ és $h = \frac{\pi}{180}$. Írja fel a $\cos$ függvény elsőfokú Taylor-polinomját a Lagrange-féle maradéktaggal a $[x_0, x_0 + h]$ intervallumon.

b.) Ezek alapján igazolja, hogy ha $a = \cos(61^\circ)$ értékét a $k = \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{3}\pi}{360}$ számmal közelítjük, akkor a hiba kisebb lesz mint $H = \frac{\pi^2}{2 \cdot 180^2}$.

2. Legyen $I \subseteq \mathbb{R}$ nyílt intervallum és $f \in C^2(I, \mathbb{R}^+)$ konvex függvény az I intervallumon. Igazolja, hogy az $\exp f$ függvény konvex. (10 p.)

3. Végezze el az (12 p.)

$$f(x) = (2x^2 + 4x + 1)e^{-2x}$$

függvény vizsgálatát. (Vagyis nézze meg folytonosság, monotonitás és konvexitás szempontjából, számolja ki a $\lim_{x \rightarrow \infty} f$ és a $\lim_{x \rightarrow -\infty} f$ határértéket, és ábrázolja vázlatosan a függvényt.)

4. Számolja ki a $\lim_{x \rightarrow 0+0} (1 + \sin^2(x))^{\frac{1}{1-\cos(x)}}$ határértéket. (10 p.)

5. Legyen $f \in C(\mathbb{R}, \mathbb{R})$. Mutassa meg, hogy az (6 p.)

$$f_+ : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \max\{0, f(x)\}$$

függvény is folytonos.

6. Legyen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sin 2x$. Írja fel az f függvény $x_0 = \frac{\pi}{6}$ pontbeli érintőjének az egyenletét. (5 p.)

7. Binomiális sorfejtés. (4+3 p.)

a.) Írja fel az $\sqrt[4]{1+x}$ kifejezés binomiális sorát.

b.) Számolja ki $\left(\frac{1}{3}\right)$ értékét.