

Analízis 1.
3. pótzárthelyi dolgozat
 2013. 12. 12. 16.15-17.45

Név:
 Neptun kód:
 Gyakorlat kurzus:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ :

1. Legyen $\alpha, q \in]0, 1[$. (3+2+6 p.)

a.) Írja fel az $(1 + q)^\alpha$ kifejezés binomiális sorát.

b.) Mutassa meg, hogy ha a kapott binomiális sor Leibniz-sor.

c.) Ezek alapján igazolja, hogy ha $a = \sqrt[6]{65}$ értékét a $k = 2 \left(1 + \frac{1}{6 \cdot 64} \right)$ számmal közelítjük, akkor a hiba kisebb lesz mint $H = \frac{5}{36 \cdot 64^2}$.

Útmutató: $a = 2 \sqrt[6]{1 + \frac{1}{64}}$.

2. Legyen $I \subseteq \mathbb{R}$ nyílt intervallum és $f \in C^2(I, \mathbb{R}^+)$ olyan függvény, melyre $f''f \geq (f')^2$ teljesül az I intervallumon. Igazolja, hogy a $\log f$ függvény konvex. (10 p.)

3. Végezze el az

$$f(x) = x^3 e^{-x}$$

(12 p.)

függvény vizsgálatát. (Vagyis nézze meg folytonosság, monotonitás és konvexitás szempontjából, számolja ki a $\lim_{\infty} f$ és a $\lim_{-\infty} f$ határértéket, és ábrázolja vázlatosan a függvényt.)

4. Számolja ki a $\lim_{x \rightarrow 0+0} \sqrt[{\operatorname{sh}(x)}]{1 + x^2}$ határértéket.

(10 p.)

5. Egyenletes folytonosság.

(4+4 p.)

a.) Egyenletesen folytonos-e a $\left(\frac{\sin x}{x} \right)^2$ függvény a $]0, 1[$ halmazon?

b.) Egyenletesen folytonos-e a $\operatorname{ch}(e^x + x^2)$ függvény a $]0, 1[$ halmazon?

6. Legyen $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{arctg}(x^2)$. Írja fel az f függvény $x_0 = \sqrt[4]{3}$ pontbeli érintőjének az egyenletét. (6 p.)