

Minimum követelmény

Analízis 1, 2013/14 I. félév

Az alábbi fogalmaknak az ismerete szükséges a sikeres szóbeli vizsgához.

Szóbeli vizsga elején mindenki hat fogalmat kap, melyből legalább négyet kell tudnia.

1. Halmazelmélet. Rendezett pár; Descartes-szorzat; reflexív/(anti)szimmetrikus/tranzitív reláció; függvények kompozíciója; ekvivalencia osztály; injektív/szürjektív/bijektív függvény. de Morgan-azonosságok. Kiválasztási axióma. Rendezés, lineáris rendezés, infimum, szuprémum. Véges, végtelen, megszámlálható és megszámlálhatóan végtelen halmaz. Schröder–Bernstein-tétel. Cantor-tétel. Bernoulli-egyenlőtlenség. Az $\mathbb{R}$ nyílt, zárt, korlátos és kompakt részhalmazai; az $\mathbb{R}$ egy részhalmazának belső és torlódási pontja. Cantor-féle közösrész-tétel. Borel–Lebesgue-tétel valós számokra.

2. Sorozatok. Sorozat határértéke, $\liminf$, $\limsup$, Cauchy-sorozat. Bolzano–Weierstrass-féle kiválasztási tétel. Bolzano–Weierstrass-tétel. Cauchy-kritérium. Nevezetes határértékek ($\lim_{n \rightarrow \infty} n^q$, $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{q}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$).

3. Sorok. Sorozathoz rendelt sor, sor (abszolút) konvergenciája, Leibniz-sor, sorok Cauchy-szorzata, hatványsor, hatványsor konvergenciasugara, elemi függvények ($\exp$, $\sin$, $\cos$, sh , ch) hatványsora. Majoráns és minoráns kritérium. Kondenzációs kritérium. Cauchy-féle gyökkritérium. D’Alembert-féle hányadoskritérium. Mertens tétele. Abel-féle kritérium. Cauchy–Hadamard-tétel.

4. Valós függvények. Páros, páratlan, (szigorúan) monoton növekvő/csökkenő, konkáv/konvex, periodikus függvény. Függvény (bal/jobbs oldal) határértéke, folytonossága, egyenletes folytonossága. Jensen-egyenlőtlenség. Átviteli elv határértékekre. Átviteli elv folytonosságra. Weierstrass-tétel kompakt halmazon értelmezett folytonos függvényre. Bolzano-tétel. Heine tétele az egyenletes konvergenciáról.

5. Differenciálszámítás. Pontbeli differenciálhatóság, függvény deriváltja, Taylor-polinom és Taylor-sor. Függvények összegének összegének, szorzatának, hányadosának és kompozíciójának a deriválása. Lagrange-féle középérték-tétel. Lokális szélsőérték differenciális jellemzése. Konvexitás és konkavitás differenciális jellemzése. Binomiális-sorfejtés.

6. Határozatlan integrál. Primitív függvény, határozatlan integrál. Elemi függvények ($\sin$, $\cos$, $\exp$, $\operatorname{id}_{\mathbb{R}}^q$) határozatlan integrálja. Parciális integrálás. Helyettesítéses integrálás.

7. Határozott integrál. Nulla mértékű halmaz, intervallum felosztása, általánosított sorozat, alsó/felső közelítő összeg, alsó/felső integrál, Riemann-integrálhatóság, oszcillációs összeg.