

Analízis 2.
1. Pótzárthelyi dolgozat
 2014. 4. 4. 14.15-15.45

Név:
 Neptun kód:
 Gyakorlat kurzus:

1.	2.	3.	4.	5.	Σ:

1. Integrálfüggvény.

(5+7 p.)

a. Legyen $g : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$, $g(x) = \int_3^{\sqrt{x}} \frac{\arctg(t-1)}{t+1} dt$. Számolja ki $g'(4)$ értékét.

b. Számolja ki a

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{x^{10/3}} \sqrt{\sin(t)} dt}{\int_0^{x^4} \sqrt[4]{\operatorname{sh}(t)} dt}$$

határértéket.

2. Improprius integrál.

(6+6 p.)

a. $\int_{-\infty}^0 x e^{2x} dx = ?$

b. $\int_{-1}^1 \frac{1}{\sqrt[3]{x^2}} dx = ?$

3. Legyen $M =]0, \infty[$ és minden $x, y \in M$ pontra legyen $d(x, y) = \left| \frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2} \right|$.

(3+3+5 p.)

a. Igazolja, hogy (M, d) metrikus tér.

b. Adja meg a $B_{\frac{3}{4}}(2)$ halmaz elemeit.

c. Mutassa meg, hogy az M tér nem teljes.

4. Legyen $M_1 = M_2 = M = [0, \infty[$ és minden $x, y \in M$ pont esetén legyen $d_1(x, y) = |x - y|$ és $d_2(x, y) = |x^2 - y^2|$. Tekintjük az (M_1, d_1) és az (M_2, d_2) metrikus tereket és az $f, g : M_1 \rightarrow M_2$, $f(x) = x^3$ és $g(x) = \sqrt{x}$ függvényeket.

a. Folytonos-e a g függvény?

b. Egyenletesen folytonos-e a g függvény?

c. Egyenletesen folytonos-e a f függvény?

5. Legyen (M_1, d_1) és (M_2, d_2) metrikus tér és $M = M_1 \times M_2$. Mutassa meg, hogy

(8 p.)

$$d : M \times M \rightarrow \mathbb{R} \quad ((x_1, y_1), (x_2, y_2)) \mapsto \max \{d_1(x_1, x_2), d_1(x_1, x_2)\}$$

metrika.