Analízis 2.
3. Pótzárthelyi dolgozat
2014. 5. 15. 16.15-17.45

Név:
Neptun kód:
Gyakorlat kurzus:

1.	2.	3.	4.	5.	$\sum$:

1. Tekintsük az *(4+4+4 p.)*

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R} \qquad (x,y) \mapsto \begin{cases} \operatorname{ch}\left(\dfrac{xy}{\sqrt{x^2+y^2}}\right) - x + 2y, & \text{ha} \quad (x,y) \neq (0,0); \\ 1, & \text{ha} \quad (x,y) = (0,0) \end{cases}$$

függvényt.
   a. Határozza meg az f függvény parciális deriváltjait minden $(x,y) \in \mathbb{R}^2 \setminus \{(0,0)\}$ pontban.
   b. Határozza meg az f függvény parciális deriváltjait a $(0,0)$ pontban.
   c. Mely pontokban differenciálható a függvény?

2. Legyen $a \in \mathbb{R}$ és tekintsük az *(3+8+5 p.)*

$$f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}^2 \qquad (x,y) \mapsto (5x + 2y + \sin x, x^2 + 3x + ay + 2)$$

függvényt.
   a. Írja le az f függvényre és a $(0,0) \in \mathbb{R}^2$ pontra vonatkozó inverzfüggvény-tételt.
   b. Mely a paraméter esetén létezik a $(0,0)$ pontnak olyan V nyílt környezete, ahol az f függvény invertálható, és az inverze is differenciálható.
   c. Az $a = -1$ esetben határozza meg a $(\mathrm{D}\, f^{-1})(0,2)$ leképezés mátrixát.

3. Milyen pontokban lehet lokális szélsőértéke az $f : (\mathbb{R}^+)^3 \to \mathbb{R}$, $f(x,y,z) = x - \dfrac{2}{y} + \dfrac{1}{4}z^3$ *(10 p.)* függvénynek az $x + 2y + 3z = 11$ feltétel mellett?

4. Legyen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$, $f(x,y) = x^2 + y^6 + 4xy$. *(4+4+4 p.)*
   a. Határozza meg az $A = (\mathrm{D}^2 f)(0,0)$ leképezést.
   b. Pozitív definit-e az A leképezés?
   c. Az $u = (-1,2), v = (-3,4)$ esetén számolja ki $A(u,v)$ értékét.

5. Legyen $v : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $v(x,y,z) = \left(y + \sin 2z, \mathrm{e}^{x+z}, \dfrac{xy}{z^2+1}\right)$. *(4+4+4 p.)*
   a. Számolja ki a $\operatorname{div} v$ függvényt.
   b. Számolja ki a $\operatorname{rot} v$ függvényt.
   c. Számolja ki a $\operatorname{div} \operatorname{rot} v$ függvényt.