Analízis 2.
3. Zárthelyi dolgozat
2014. 5. 8. 10.15-11.45

Név:
Neptun kód:
Gyakorlat kurzus:

1.	2.	3.	4.	5.	$\sum$:

1. Tekintsük az *(4+4+4 p.)*

$$f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}\qquad (x,y)\mapsto\begin{cases}\left(x^2+y^2\right)^2\sin\left(\dfrac{1}{x^2+y^2}\right)+2x-3y, & \text{ha}\quad (x,y)\neq(0,0);\\ 0, & \text{ha}\quad (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

függvényt.
   a. Határozza meg az f függvény parciális deriváltjait minden $(x,y)\in\mathbb{R}^2\setminus\{(0,0)\}$ pontban.
   b. Határozza meg az f függvény parciális deriváltjait a $(0,0)$ pontban.
   c. Mely pontokban differenciálható a függvény?

2. Legyen f az *(7+7 p.)*

$$f:\mathbb{R}^2\times\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2\qquad ((a,b),(x,y))\mapsto(a^2x^2+b^2xy+y^2, b^2x^2+abxy+\alpha y^2)$$

függvény, ahol $\alpha\in\mathbb{R}$ paraméter, továbbá legyen $p=(1,0)$ és $q=(1,1)$.
   a. Mely α paraméter esetén létezik olyan $\varphi:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}^2$ függvény, mely a p pont egy környezetén értelmezett, $\varphi(p)=q$, és minden $w\in\operatorname{Dom}\varphi$ pontra $f(w,\varphi(w))=f(p,q)$ teljesül?
   b. Az $\alpha=1$ esetben határozza meg a $(\mathrm{D}\,\varphi)(p)$ mátrixot.

3. Milyen pontokban lehet lokális szélsőértéke az $f:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}$, $f(x,y,z)=3x^2-y^2+3z^2-2xy$ függvénynek az $x+y+3z=6$ feltétel mellett? *(10 p.)*

4. Legyen $f:\mathbb{R}^2\to\mathbb{R}$, $f(x,y)=x^3+y^4+2xy$. *(4+4+4 p.)*
   a. Határozza meg az $A=(\mathrm{D}^2 f)(0,0)$ leképezést.
   b. Pozitív definit-e az A leképezés?
   c. Az $u=(1,2), v=(3,4)$ esetén számolja ki $A(u,v)$ értékét.

5. Legyen $v:\mathbb{R}^3\to\mathbb{R}^3$, $v(x,y,z)=(x+\mathrm{e}^{2y},\sin(x+z),xyz)$. *(4+4+4 p.)*
   a. Számolja ki a $\operatorname{div} v$ függvényt.
   b. Számolja ki a $\operatorname{rot} v$ függvényt.
   c. Számolja ki a $\operatorname{div}\operatorname{rot} v$ függvényt.