Minimum követelmény

Analízis 2, 2013/14 II. félév

Az alábbi fogalmaknak az ismerete szükséges a sikeres szóbeli vizsgához.

Az írásbeli vizsgán mindenki tíz fogalmat kap, melyből legalább hetet kell tudni.

1. Integrálszámítás. Integrálfüggvény, impropius integrál.

2. Metrikus terek. Metrikus tér. Metrikus tér nyílt, zárt, korlátos és kompakt részhalmazai. Metrikus tér egy részhalmazának belső, torlódási és izolált pontjai. Sorozatok konvergenciája metrikus terekben, Cauchy-sorozat és teljes metrikus tér. Sehol sem sűrű halmaz és a Baire-féle kategóriatétel. Cantor-féle közösrész-tétel és a Bolzano–Weierstrass-tétel. Metrikus terek közötti függvény folytonossága és egyenletes folytonossága. Átviteli elv határértékre. Átviteli elv folytonosságra. Weierstrass-tétel kompakt halmazon értelmezett folytonos függvényre. Heine tétele az egyenletes folytonosságról.

3. Normált terek. Normált és Banach-terek. Sor konvergenciája és abszolút konvergenciája normált térben. Hilbert-tér és ortogonális, ortonormált és teljes vektorrendszerek Hilbert-terekben. Normált terek közötti folytonos lineáris leképezések normája. Normált terek közötti folytonos multilineáris leképezések normája. Heine–Borel-tétel az $\mathbb{R}^n$ tér kompakt részhalmazairól.

4. Függvénysorozatok és függvénysorok. Függvénysorozat és függvénysor konvergenciája és egyenletes konvergenciája. Weierstrass tétele a függvénysor egyenletes konvergenciájáról. Függvénysorozat és függvénysor tagonkénti integrálhatósága és deriválhatósága. Cauchy–Hadamard-tétel a hatványsorokról. Abel-tétel a hatványsorokról. Bernstein-approximációs tétele a polinomokról. Szétválasztó függvényhalmaz és függvényháló. Stone-tétel. Stone–Weierstrass-tétel.

5. Differenciálszámítás. Pontbeli differenciálhatóság, függvény deriváltja. Függvények összegének, szorzatának, hányadosának és kompozíciójának a deriválása. Függvény iránymenti deriváltja. Az $f : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ függvény esetén $\operatorname{grad} f$ és Δf, valamint $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ esetén $\operatorname{div} f$ és $\operatorname{rot} f$. Véges növekmények formulája. Függvény deriválhatóságáról szóló tétel a parciális deriváltak folytonossága alapján. Inverzfüggvény-tétel. Implicitfüggvény-tétel. Young-tétel. Taylor-polinom és Taylor-sor. Lokális szélsőérték differenciális jellemzése. Feltételes szélsőérték differenciális jellemzése.

6. Fourier-sorfejtés. Trigonometrikus polinom. Weierstrass approximációs tétele trigonometrikus polinomokról. Fourier-együtthatók és Fourier-sor. Dirichlet-féle lokalizációs tétel. Cesaro-összegezhető sorok (C^1-összegezhetőség fogalma). Fejér tétele folytonos függvény Fourier-soráról.

7. Vektoranalízis. Vektormező potenciálja. Potenciál létezésének elégséges feltétele. Görbe ívhossza. Felület normálvektora és felszíne. Skalár és vektorértékű függvény integrálja görbe mentén és felületen. Polár, henger és gömbi koordináták és Jacobi-determinánsuk. Stokes-tétel. Gauss–Osztrogradszkij-tétel.