

Bevezetés az általános topológiába

2013/14 II. félév, vizsgatematika

A vizsga szóbeli, mindenki két tételt kap az alábbiakból; az elsőt részletesen kell ismertetni, a másodiktól csak a definíciókat illetve a legfontosabb tételeket kell elmondani.

1. Topológiai alapfogalmak.

Topológia, nyílt, zárt halmaz. Topológia képe és inverz képe. Faktortopológia, altértopológia. Környezet, környezetbázis. Topológia bázisa. Halmaz belső, torlódási és határpontja. Halmaz belseje és lezártja. Halmaz belsejének és lezártjának tulajdonságai. Függvény folytonossága.

2. Rendezés a topológiák halmazán.

Topológiák infimuma és szuprémuma. Topológiák infimumának és szuprémumának a bázisa. Projektív topológia és finális topológia; valamint jellemzésük függvények folytonosságával. Topologikus terek szorzata. Megszámlálható sok metrizable tér szorzata metrizable.

3. Szétválasztási tulajdonságok.

A T_0 , T_1 és T_2 terek tulajdonságai. Általánosított sorozatok és határértékük. Függvény határértéke. A konvergens sorozatok jellemzik a topológiát. Átviteli elv függvény határértékére. Reguláris és normális terek. Reguláris terek jellemzése. Minden metrikus tér normális T_1 tér.

4. Uriszon-tétel.

Uriszon-tétel. Lindelöf-tér. Tyihonov-lemma.

5. Tietze-tétel.

Tietze-tétel. Félmetrizable terek. Félmetrikák által generált topológia bázisa.

6. Teljesen reguláris terek.

Teljesen reguláris terek és jellemzésük. Teljesen reguláris T_2 terek beágyazási tétele. Uriszon beágyazási tétele megszámlálható bázisú reguláris T_1 terekre. Uriszon metrizable tétele T_1 terekre.

7. Kompakt terek és halmazok.

Kompakt tér, kompakt halmaz. Relatív kompakt halmaz. Kompakt halmazok tulajdonságai. Kompakt T_2 tér normális. Centrál halmazok, rács és szűrő fogalma. Tér kompaktságának jellemzése centrál halmazokkal, rácsokkal és szűrőkkel. Cantor-féle közszerésztétel.

8. Tyihonov-tétel.

Kompakt terek szorzata kompakt.

9. Lokálisan kompakt terek.

Lokálisan kompakt terek. A T_2 terekben lévő lokálisan kompakt halmazok jellemzése. Lokálisan kompakt terekben lévő lokálisan kompakt halmazok jellemzése. Alexandrov-féle kompaktifikáció. Uriszon és Tietze tétel lokálisan kompakt terekre. Egységsztétel lokálisan kompakt terekre.