Analízis fizikusoknak
2. zárthelyi dolgozat
2014. 12. 03. 8.15-9.45

Név:
Neptun kód:
Gyakorlat kurzus:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	$\sum$:

1. Deriválás. Adja meg az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény deriváltját, ahol *(4+4 p.)*

a) $f(x) = (\sin x) \cdot \exp\left(\dfrac{\operatorname{arctg}(x^2)}{1+x^2}\right)$ b) $f(x) = \left(\arcsin\left(\dfrac{1}{1+x^4}\right)\right) \cdot \operatorname{arsh}\left(1+x^3\right)$

2. Határozza meg az alábbi sorozatok határértékét. *(3×3 p.)*

a) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{3n^3-4}{3n^3+6}\right)^{2n^3+7}$ b) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(n^5+3n^3-n+1\right)^{\frac{1}{2n^2+4}}$

c) $\lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{1}{n}\left(\sqrt{4n^4+9n^3+11} - \sqrt{4n^4+n^3+1}\right)$

3. Végezze el az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{\pi}{2} + \log\left(x^2 - 3x + \dfrac{13}{4}\right) - \operatorname{arctg}\left(\dfrac{2x-3}{2}\right)$ *(12 p.)* függvény vizsgálatát. (Vagyis nézze meg folytonosság, monotonitás és konvexitás szempontjából, számolja ki a $\lim\limits_{\infty} f$ és a $\lim\limits_{-\infty} f$ határértéket, és ábrázolja vázlatosan a függvényt.)

4. Tekintsük a $P(x) = \sum\limits_{n=0}^{\infty} \dfrac{1}{(2n+3)10^n} x^n$ hatványsort. *(3+4 p.)*

   a) Mekkora a hatványsor konvergenciasugara?

   b) Mely valós x értékek esetén lesz a hatványsor konvergens?

5. Konvergensek-e az alábbi sorok? *(3,3,4 p.)*

a) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{(2n)!}{(n!)^2}$ b) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \dfrac{\cos(n\pi)}{2n+3}$ c) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\dfrac{2n+1}{2n-5}\right)^{n^2} \dfrac{1}{9^n}$

6. Legyen $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{sh} \log x$. Írja fel az f függvény $x_0 = 1$ pontbeli érintőjének az egyenletét. *(5 p.)*

7. Sorfejtés. *(6+3 p.)*

   a.) Adja meg az $f :]-1,1[\to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{\left(1-\frac{x^3}{8}\right)^2}}$ függvény 0 körüli 5.-fokú Taylor-polinomját.

   b.) Számolja ki $\dbinom{\frac{-1}{2}}{3}$ értékét.