Analízis 1.
3. zárthelyi dolgozat
2014. 12. 03. 8.15-9.45

Név:
Neptun kód:
Gyakorlat kurzus:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	$\sum$:

1. Deriválás. Adja meg az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény deriváltját, ahol *(4+4 p.)*

   a.) $f(x) = (\sin x) \cdot \exp\left(\dfrac{\operatorname{arctg}(x^2)}{1+x^2}\right)$;

   b.) $f(x) = \left(\arcsin\left(\dfrac{1}{1+x^4}\right)\right) \cdot \operatorname{arsh}\left(1+x^3\right)$

2. Igazolja, hogy ha $x_1, x_2, x_3 \in\,]0,\pi[$ és $a_1, a_2, a_3 \in\,]0,1[$ olyan paraméter, melyre $a_1 + a_2 + a_3 = 1$, akkor $\sin\left(\sum_{k=1}^{3} a_k x_k\right) \geq \sum_{k=1}^{3} a_k \sin x_k$. *(10 p.)*

3. Végezze el az *(12 p.)*

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R} \qquad x \mapsto \frac{\pi}{2} + \log\left(x^2 - 3x + \frac{13}{4}\right) - \operatorname{arctg}\left(\frac{2x-3}{2}\right)$$

függvény vizsgálatát. (Vagyis nézze meg folytonosság, monotonitás és konvexitás szempontjából, számolja ki a $\lim\limits_{\infty} f$ és a $\lim\limits_{-\infty} f$ határértéket, és ábrázolja vázlatosan a függvényt.)

4. Számolja ki a $\lim\limits_{x\to 0}\left(1 + \operatorname{sh}^2(2x)\right)^{\frac{1}{\sin^2(2x^2)}}$ határértéket. *(10 p.)*

5. Legyen $f \in C^1(]-3,3[\,,\mathbb{R})$, $f(0) = 0$ függvény. Mutassa meg, hogy létezik olyan $c \in\,]0,2[$ paraméter, melyre $f'(c) = \dfrac{e^{f(2)} - 1}{2\, e^{f(c)}}$ teljesül. *(6 p.)*

6. Legyen $f : \mathbb{R}^+ \to \mathbb{R}$, $f(x) = \operatorname{sh}\log x$. Írja fel az f függvény $x_0 = 1$ pontbeli érintőjének az egyenletét. *(5 p.)*

7. Sorfejtés. *(6+3 p.)*

   a.) Adja meg az $f :]-1,1[\, \to \mathbb{R}$, $f(x) = \dfrac{1}{\sqrt[3]{\left(1 - \frac{x^3}{8}\right)^2}}$ függvény 0 körüli 5.-fokú Taylor-polinomját.

   b.) Számolja ki $\dbinom{\frac{-1}{2}}{3}$ értékét.