

Minimum követelmény

Analízis 1, 2014/15 I. félév

Az alábbi fogalmaknak az ismerete szükséges a sikeres szóbeli vizsgához.

- 1. Halmazelmélet.** Rendezett pár; Descartes-szorzat; reflexív/(anti)szimmetrikus/tranzitív reláció; függvények kompozíciója; ekvivalencia osztály; injektív/szürjektív/bijektív függvény. Kiválasztási axióma. Rendezés, lineáris rendezés, infimum, szuprémum. Véges, végtelen, megszámlálható és megszámlálhatóan végtelen halmaz. Bernoulli-egyenlőtlenség. Az \mathbb{R} nyílt, zárt, korlátos és kompakt részhalmazai; az \mathbb{R} egy részhalmazának belső és torlódási pontja. Cantor-féle közösrész-tétel. Borel–Lebesgue-tétel valós számokra.
- 2. Sorozatok.** Sorozat határértéke, \liminf , \limsup , Cauchy-sorozat. Bolzano–Weierstrass-féle kiválasztási tétel. Bolzano–Weierstrass-tétel. Cauchy-kritérium. Nevezetes határértékek ($\lim_{n \rightarrow \infty} n^q$, $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{q}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$).
- 3. Sorok.** Sorozathoz rendelt sor, sor (abszolút) konvergenciája, Leibniz-sor, sorok Cauchy-szorzata, hatványsor, hatványsor konvergenciasugara, elemi függvények (\exp , \sin , \cos , sh , ch) hatványsora. Majoráns és minoráns kritérium. Kondenzációs kritérium. Cauchy-féle gyökkritérium. D’Alembert-féle hányadoskritérium. Mertens tétele. Abel-féle kritérium. Cauchy–Hadamard-tétel.
- 4. Valós függvények.** Páros, páratlan, (szigorúan) monoton növekvő/csökkenő, konkáv/konvex, periodikus függvény. Függvény (bal/jobbs oldali) határértéke, folytonossága, egyenletes folytonossága. Jensen-egyenlőtlenség. Átviteli elv határértékre. Átviteli elv folytonosságra. Weierstrass-tétel kompakt halmazon értelmezett folytonos függvényre. Bolzano-tétel. Heine tétele az egyenletes konvergenciáról.
- 5. Differenciálszámítás.** Pontbeli differenciálhatóság, függvény deriváltja, Taylor-polinom és Taylor-sor. Függvények összegének, szorzatának, hányadosának és kompozíciójának a deriválása. Lagrange-féle középérték-tétel. Lokális szélsőérték differenciális jellemzése. Konvexitás és konkavitás differenciális jellemzése. Binomiális-sorfejtés.
- 6. Határozatlan integrál.** Primitív függvény, határozatlan integrál. Elemi függvények (\sin , \cos , \exp , $\operatorname{id}_{\mathbb{R}}^q$) határozatlan integrálja. Parciális integrálás. Helyettesítéses integrálás.
- 7. Határozott integrál.** Nulla mértékű halmaz, intervallum felosztása, általánosított sorozat, alsó/felső közelítő összeg, alsó/felső integrál, Riemann-integrálhatóság, oszcillációs összeg.