

Kalkulus 1.
1. pótzárthelyi dolgozat
 2015. 12. 10. 16.15-17.45

Név:
 Neptun kód:
 Előadó:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ:

1. Legyen A , B és C tetszőleges halmaz. Igazolja a következőket. (10 p.)

a) $\mathcal{P}(A) \cap \mathcal{P}(B) = \mathcal{P}(A \cap B)$

b) $A \setminus (B \cup C) = (A \setminus B) \cap (A \setminus C)$

2. Mutassa meg, hogy minden $n \in \mathbb{N}^+$ esetén $\left(\sum_{k=1}^n k\right)^2 = \sum_{k=1}^n k^3$ teljesül. (6 p.)

3. Számolja ki az alábbi határértékeket. (3×6 p.)

a.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[2n+1]{7n^2 + 8n + 5}$

b.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{4}{n^2}\right)^n$

c.) $\lim_{n \rightarrow \infty} n \left(\sqrt{n^4 + n + 2} - \sqrt{n^4 - 3n + 2}\right)$

4. Határozza meg a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n^2 - 1)}$ sor összegét. (6 p.)

5. Mutassa meg, hogy $a, b, c, d \in \mathbb{R}^+$ esetén $\frac{a}{b} + \frac{b}{c} + \frac{c}{d} + \frac{d}{a} \geq 4$ teljesül. (5 p.)

6. Legyen $A \subseteq \mathbb{R}$ tetszőleges halmaz. Mutassa meg, hogy az A halmaz (10 p.)
 pontosan akkor korlátos, ha minden megszámlálható részhalmaza korlátos.