

Kalkulus 1.
1. zárthelyi dolgozat
 2015. 10. 13. 14.15-15.45

Név:
 Neptun kód:
 Előadó:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	Σ:

1. Legyen A , B és C tetszőleges halmaz. Igazolja, hogy ekkor (5 p.)

$$(A \setminus C) \setminus (B \setminus C) = A \setminus (B \cup C)$$

teljesül!

2. Mutassa meg, hogy minden $n \in \mathbb{N}^+$ esetén $\sum_{k=1}^n (3k^2 - 3k + 1) = n^3$. (5 p.)

3. Számolja ki az alábbi határértékeket. (3×6 p.)

a.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[3n+4]{8n^3 + n^2 - 4n + 6}$

b.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{4n-3}{4n-7} \right)^{8n+5}$

c.) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n+1]{\frac{10^n n^3 - 2^n n + 3^n}{2^n n^2 + 5^n n - 2^{2n}}}$

4. Számolja ki az alábbi sorösszeget. (6+6 p.)

a) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1) \cos n - n \cos(n+1)}{n(n+1)}$ b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 2^{2n} + 2 \cdot 3^n}{6^n}$

5. Tekintsük az $a : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $a_n = \frac{8 \sin\left(\frac{n\pi}{2}\right) n^2 - 3n + 1}{2n^2 + 3n + 4}$ sorozatot. Határozza meg $\liminf_{n \rightarrow \infty} a_n$ és $\limsup_{n \rightarrow \infty} a_n$ értékét. (5 p.)

6. Legyen $A \subseteq \mathbb{R}$ tetszőleges halmaz. Mutassa meg, hogy az A halmaz pontosan akkor korlátos, ha minden $a : \mathbb{N} \rightarrow A$ sorozatra és minden $b : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{R}$, $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0$ sorozatra $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n b_n = 0$ teljesül. (10 p.)