

# Minimum követelmény

Kalkulus 1, 2015/16 I. félév

A definíciók és a tételek témakörök szerinti felsorolásban.

**1. Valós számok.** Rendezés a valós számokon, halmaz infimuma és szupréuma. Véges, végtelen, megszámlálható és megszámlálhatóan végtelen halmaz. Függvények kompozíciója; injektív, szürjektív és bijektív függvény. Bernoulli-egyenlőtlenség. Az  $\mathbb{R}$  korlátos részhalmazai; az  $\mathbb{R}$  egy részhalmazának belső és torlódási pontja.

**2. Sorozatok.** Sorozat határértéke,  $\liminf$ ,  $\limsup$ , Cauchy-sorozat. Cauchy-kritérium. Bolzano–Weierstrass-féle kiválasztási tétel. Nevezetes határértékek ( $\lim_{n \rightarrow \infty} n^q$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} q^n$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{q}$ ,  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{n}$ ).

**3. Sorok.** Sorozathoz rendelt sor, sor konvergenciája, abszolút konvergenciája, Leibniz-sor, sorok Cauchy-szorzata. Majoráns és minoráns kritérium. Kondenzációs kritérium. Gyökkritérium. Hányadoskritérium. Mertens tétele. Integrál kritérium.

**4. Valós függvények.** Páros, páratlan, (szigorúan) monoton növekvő/csökkenő, konkáv/konvex, periodikus függvény. Függvény (bal/jobbs oldali) határértéke, folytonossága, egyenletes folytonossága. Jensen-egyenlőtlenség. Átviteli elv határértékekre. Átviteli elv folytonosságra. Weierstrass-tétel kompakt halmazon értelmezett folytonos függvényre. Bolzano-tétel. Heine tétele az egyenletes konvergenciáról.

**5. Differenciálszámítás.** Pontbeli differenciálhatóság, függvény deriváltja, Taylor-polinom. Függvények összegének, szorzatának, hányadosának és kompozíciójának deriválása. Lagrange-féle középérték-tétel. Lokális szélsőérték differenciális jellemzése. Konvexitás és konkavitás differenciális jellemzése.

**6. Határozatlan integrál.** Primitív függvény, határozatlan integrál. Elemi függvények (polinomok,  $\sin$ ,  $\cos$ ,  $\exp$ ,  $\operatorname{sh}$ ,  $\operatorname{ch}$ ) határozatlan integrálja. Parciális integrálás. Helyettesítéses integrálás.

**7. Határozott integrál.** Nulla mértékű halmaz, intervallum felosztása. Korlátos függvény alsó/felső integrálja és Riemann-integrálhatósága. Oszcillációs összeg, integrálfüggvény, improprius integrál. Newton–Leibniz-tétel. Lebesgue-tétel.