Kalkulus 1.
1. zárthelyi dolgozat
2016. 10. 11. 14.15-15.45

Név:
Neptun kód:
Oktató:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	$\sum$:

1. Az a, b, c formulák összes lehetséges i/h (igaz/hamis) értéke esetén határozza meg a *(5 p.)*

$$a \vee b \vee \big((a \to b) \wedge (b \to c)\big)$$

formula i/h értékét.

2. Mutassa meg, hogy minden $a \in \mathbb{R}$ valós paraméter mellett, minden $n \in \mathbb{N}$ számra $\sum_{k=0}^{n} 4ak^3 - 3ak^2 + ak + 1 = (n+1)(an^3+1)$ teljesül. *(5 p.)*

3. Számolja ki az alábbi határértékeket. *(4×6 p.)*

a.) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[n]{\dfrac{6^n(n^3+n)+5^n n - 3^n\sqrt{n}}{2^{3n}n^2+3^{2n}n-n}}$

b.) $\lim\limits_{n\to\infty} \left(\dfrac{6n+9}{6n-1}\right)^{4n+3}$

c.) $\lim\limits_{n\to\infty} \sqrt[2n+1]{5n^5+n^3-n^2+5}$

d.) $\lim\limits_{n\to\infty} n^{\frac{4}{3}} \left(\sqrt[3]{8n^2+25} - \sqrt[3]{8n^2+1}\right)$

4. Legyen $A = \bigcup\limits_{n=1}^{\infty} \left[\dfrac{1}{2n+1}, \dfrac{1}{2n}\right] \subseteq \mathbb{R}$. Határozza meg az $\operatorname{Int} A$ és a $\overline{A}$ halmaz elemeit. *(3+3 p.)*

5. Tekintsük az $a : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$, $a_n = \dfrac{8\left(1+(-1)^n\right)n^2+2n-4}{n^2+4n+5}$ sorozatot. Határozza meg $\liminf\limits_{n\to\infty} a_n$ és $\limsup\limits_{n\to\infty} a_n$ értékét. *(5 p.)*

6. Legyen $a : \mathbb{N} \to \mathbb{R}$ sorozat és $A \in \mathbb{R}$. Igazolja, hogy $\lim\limits_{n\to\infty} a_n = A$ pontosan akkor teljesül, ha a minden részsorozatának létezik olyan részsorozata, mely az A számhoz tart. *(10 p.)*