Számítási módszerek a fizikában 1.
2. pótzárthelyi dolgozat
2022. 12. 06. 16.15-17.45

Név:
Neptun kód:

1.	2.	3.	4.	5.	$\sum$:

1. A $V = \mathbb{R}^2$ vektortéren jelölje $\mathcal{A}$ az $e_1 = (2,1)$, $e_2 = (1,1)$ bázist, valamint $\mathcal{B}$ az $f_1 = (1,0)$, $f_2 = (0,1)$ bázist. Egy $T : V \to V$ lineáris leképezés mátrixa az $\mathcal{A}$-$\mathcal{A}$ bázisban *(6 p.)*

$$T_{\mathcal{A}\mathcal{A}} = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}.$$

Írja fel a T leképezés mátrixát a $\mathcal{B}$-$\mathcal{B}$ bázisban.

2. Tekintsük a következő egyenletrendszert, ahol $a, b \in \mathbb{R}$ paraméter. *(7+3 p.)*

$$\begin{cases} x + y + az = -1 \\ x + 2y + 3z = b + 1 \\ 2x + 6y + az = b \end{cases}$$

a.) Az a és b paraméter mely értéke esetén lesz az egyenletrendszernek nulla, egy illetve végtelen sok megoldása.

b.) Adja meg az egyenletrendszer megoldását a fenti esetekben.

3. Legyen $C = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ -1 & 4 & 1 \\ 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Számolja ki a C^{-1} mátrixot. *(10 p.)*

4. Tekintsük az alábbi mátrixot. *(10 p.)*

$$B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 4 & 0 \\ 2 & -1 & 1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Határozza meg a B mátrix determinánsát.

5. Legyen $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & -2 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$, valamint $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \sin\left(\frac{\pi x}{2}\right)$. *(4×5 p.)*

a.) Határozza meg az A mátrix $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ sajátértékeit és a hozzájuk tartozó v_1, v_2, v_3 sajátvektorokat.

b.) Adja meg a v_i vektor által meghatározott egyenesre való ortogonális vetítés P_i mátrixát az $i = 1, 2, 3$ esetben.

c.) Adja meg az A mátrix spektrálfelbontását.

d.) Számolja ki az $f(A)$ mátrixot.