

## Matematika A1a – Analízis, 4. hét

### Pontok, egyenesek és síkok távolsága és elemi topológiai fogalmak

#### I. Affin alterek.

1. Írjuk fel az  $A = (2, 3, 1)$  és a  $B = (4, 5, -1)$  pontokon átmenő egyenes egyenletét.
2. Írjuk fel annak az egyenesnek az egyenletét, mely átmegy a  $P = (1, 3, 1)$  ponton és irányvektora párhuzamos az  $(1, 0, 1)$  vektorral.
3. Írjuk fel az  $A = (2, 3, 4)$ ,  $B = (4, 5, -1)$  és a  $C = (3, 1, 3)$  pontokon átmenő sík egyenletét.
4. Írjuk fel annak a síknak az egyenletét, mely átmegy a  $P = (1, 3, 1)$  ponton és normálvektora párhuzamos az  $(1, 0, 1)$  vektorral.

#### II. Határozzuk meg az alábbi távolságokat.

1. Mekkora a  $(2, 1, 3)$  és a  $(4, 6, -1)$  pont távolsága?
2. Mekkora a  $(-1, 2, 1)$  pont és az  $r(t) = (1, 12, 3) + t(2, -1, 3)$ ,  $t \in \mathbb{R}$  egyenes távolsága?
3. Mekkora a  $(-1, 2, 1)$  pont és a  $2x - 4y + 2z = 1$  sík távolsága?
4. Mekkora az  $\frac{x-1}{5} = 2 - y = z - 1$  és a  $2 - x = y - 5 = z + 1$  egyenesek távolsága?
5. Mekkora az  $r(t) = (1, 1, 3) + t(0, -1, 2)$ ,  $t \in \mathbb{R}$  egyenes és az  $x - 2y + z = 1$  sík távolsága?
6. Mekkora a  $2x - 4y + 2z = 1$  és az  $x - 2y + z = 1$  síkok távolsága?

#### III. Mekkora szöveget zár be egymással

1. az  $r(t) = (2, 4, 1) + t(1, 6, 5)$ ,  $t \in \mathbb{R}$  és a  $2x - 4 = y - 8 = -z + 8$  egyenes;
2. az  $r(t) = (1, 3, 2) + t(-1, 2, 4)$ ,  $t \in \mathbb{R}$  egyenes és a  $2x - 4y + 2z = 1$  sík;
3. a  $2x - 4y + 2z = 1$  és a  $3x + 2y + z = 4$  sík?

#### IV. Határozzuk meg az alábbi halmazok belső, torlódási és határ pontjait; döntsük el, hogy az alábbi halmazok nyíltak-e, zártak-e és korlátosak-e.

1.  $A = [-2, 3]$
2.  $B = ]-\infty, 4[$
3.  $C = [5, 10[$
4.  $D = \left\{ \frac{1}{n} \in \mathbb{R} \mid n \in \mathbb{N}^+ \right\}$
5.  $E = \{0\} \cup \left\{ \frac{1}{n} \in \mathbb{R} \mid n \in \mathbb{N}^+ \right\}$
6.  $F = ]-2, -1[ \cup [2, 3] \cup [4, \infty[$
7.  $G = \mathbb{Q}$
8.  $H = \mathbb{R}$