

## Matematika A1a – Analízis, 9. hét

### Függvények deriválása

I. Tegyük folytonossá az  $a \in \mathbb{R}$  paraméter alkalmas megválasztásával az alábbi függvényt a 0 pontban, és számoljuk ki a deriváltját.

$$f : \mathbb{R} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \begin{cases} x^2 \operatorname{arctg} \frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0, \\ a, & \text{ha } x = 0. \end{cases}$$

II. Deriváljuk a következő függvényeket és hozzuk egyszerűbb alakra a deriváltakat!

1.  $f(x) = \frac{x^2 - x}{5}$
2.  $f(x) = \sqrt{\frac{1}{x}} \sqrt[3]{x}$
3.  $f(x) = \sqrt[4]{3x - 2x^2}$
4.  $f(x) = e^x(1 + x^2)$
5.  $f(x) = \frac{\sin(x)}{x + \cos(x)}$
6.  $f(x) = \sin^3(x)$
7.  $f(x) = \sin^4(3x^2)$
8.  $f(x) = \sin(\ln(x))$
9.  $f(x) = \ln \sqrt{\cos(x)}$
10.  $f(x) = \ln \left( \frac{1 + \cos(x)}{1 - \sin(x)} \right)$
11.  $f(x) = \frac{x^2}{2} \left( \ln(x) - \frac{1}{2} \right)$
12.  $f(x) = \frac{\sin(x)}{x} \operatorname{arctg}(x)$

III. Mutassuk meg, hogy az

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \quad x \mapsto \begin{cases} x^2 \sin \frac{1}{x}, & \text{ha } x \neq 0, \\ 0, & \text{ha } x = 0 \end{cases}$$

függvény minden pontban differenciálható, azonban az  $f'$  függvény nem folytonos.