

Minimum követelmény

Analízis 1 BMETE92AM55, 2022/23 I. félév

1. Metrikus terek.

Metrika. Nyílt, zárt, korlátos halmaz metrikus térben. Halmaz belső, torlódási, határ- és izolált pontja. Halmaz lezártja és belseje. Nyílt és zárt halmazok jellemzése metrikus altéren. Konvergens és Cauchy-sorozatok metrikus terekben. Metrikus tér teljessége. Cantor-féle közösrésztétel. Bolzano–Weierstrass-tétel. Szeparábilis metrikus tér. Függvények határértéke. Átviteli elv határértékekre. Függvény folytonossága. Átviteli elv folytonosságra. Folytonosság topologikus jellemzése. Homeomorfizmus és izometria. Weierstrass-féle maximum-minimum elv. Egyenletesen folytonos függvény. Heine-tétel. Kontrakció. Banach-féle fixponttétel. Ívszerűen összefüggő és összefüggő halmazok.

2. Normált terek.

Norma, normált tér, Banach-tér. Folytonos lineáris leképezés normája. Carl–Neumann-féle sor.

3. Hilbert-terek.

Skaláris szorzás. Hilbert-tér. Cauchy–Schwarz–Bunyakovszkij-egyenlőtlenség. Ortononális, normált, ortonormált és teljes vektorrendszer. Parseval-egyenlőség. Riesz-féle reprezentációs tétel.

4. Függvénysorozatok és függvénysorok.

Függvénysorozat és függvénysor pontonkénti, egyenletes és lokálisan egyenletes konvergenciája. Bernstein-féle approximációs tétel. Lineáris függvényháló. Szétválasztó függvényhalmaz. Stone-tétel. Stone–Weierstrass-féle sűrűségi tétel.

5. Differenciálszámítás.

Normált terek között ható leképezések deriváltja. Függvények összegének és kompozíciójának deriválása.

6. Komplex függvénytan. Komplex függvény differenciálhatósága. Cauchy–Riemann-egyenletek. Holomorf függvény. Folytonos függvény görbementi integrálja. Newton–Leibniz-tétel. Goursat-lemma. Görbe indexfüggvénye. Metrikus térben kontúrhomotóp görbék és egyszeresen összefüggő halmazok. Cauchy integráltétele. Cauchy I. és II. integrálformulája Folytonos függvény görbementi Cauchy-transzformáltja. Cauchy-transzformált tulajdonságai. Megszüntethető szingularitások tétele. Morera tétele. Liouville tétele. Az algebra alaptétele. Lokális maximum elve. Laurent-sorfejtés. Függvény pontbeli lényeges szingularitása és n -ed rendű pólusa. Laurent-sorfejtés reguláris része és főrésze. Reziduum-tétel. Argumentum-elv. Rouché-tétel.