Kalkulus 2.
Írásbeli vizsga
2024. 04. 01.

Név:
Neptun kód:

I.	II.	III.	Eredmény:

Tudnivalók:

1. Az írásbeli vizsga ideje 90 perc.
2. A megoldáshoz segédeszköz nem használható.
3. Az I. feladatban az előadáson elhangzott formában kérjük a tételeket és a definíciókat kimondani.
4. A feladatok pontozása az alábbi.

Feladat	Pontozás	Maximális pontszám	Minimum
I.	12x3	36	24
II.	5x5	25	15
III.	5x5	25	15

I. Minimumkövetelmény.

1. Mit jelent, hogy egy $x \in \mathbb{K}^n$ pont az $A \subseteq \mathbb{K}^n$ halmaz izolált pontja?

2. Írja le a Heine–Borel-tételt.

3. Írja le a függvénysor tagonkénti deriválhatóságára vonatkozó tételt.

4. Írja le a gömbi koordinátázást és Jacobi-determinánsát.

5. Mit jelent, hogy egy $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ függvénysorozat, ahol minden $n \in \mathbb{N}$ esetén $f_n : \mathbb{K}^{\mathtt{n}} \to \mathbb{K}^{\mathtt{m}}$, lokálisan egyenletesen konvergens?

6. Mit jelent, hogy egy $f : \mathbb{R}^{\mathtt{n}} \to \mathbb{R}^{\mathtt{m}}$ függvény differenciálható az $a \in \mathbb{R}^n$ pontban?

7. Hogyan definiáltuk a $v : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ függvény rotációját?

8. Írja le az inverzfüggvény tételt.

9. Írja le a feltételes szélsőérték létezésének szükséges felételét.

10. Írja le a Gauss–Osztrogradszkij-tételt.

11. Mit jelent, hogy egy n-lineáris leképezés pozitív definit?

12. Mit jelent, hogy egy $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ függvény trigonometrikus polinom?

Kalkulus 2.

2. Írásbeli vizsga

2024. 04. 01.

Név:

Neptun kód:

II. Deriválás.

1. Adja meg az $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}^2$, $f(u) = (u^2, \mathrm{e}^u \sin(u))$ függvény deriváltját.

2. Adja meg az $f : (\mathbb{R}^+)^3 \to \mathbb{R}$, $f(a,b,c) = \big(2a^b - \operatorname{arsh}(c)\big)$ függvény deriváltját.

3. Legyen $r : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$, $r(x,y,z) = (x,y,z)$. Számolja ki $\operatorname{rot}(\|r\|\, r)$ értékét az $(1,2,1)$ pontban.

4. Legyen $f : \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}$ az $(x,y) \neq 0$ pontban $f(x,y) = \dfrac{x^2y^2}{4x^4 + 2y^4}$, valamint $f(0,0) = 0$. Határozza meg az f parciális deriváltjait a sík minden pontjában.

5. Legyen $f : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}$, $f(x,y,z) = \mathrm{e}^{xy}\, z^2$. Számolja ki $(\partial^3_{122} f)(0,1,2)$ értékét.

III. Integrálás.

1. $T = \big\{(x,y) \in \mathbb{R}^2 \mid 0 \le y,\ y \le x,\ x^2 + y^2 \le 1\big\}$, $f(x,y) = xy$, $\displaystyle\iint_T f = ?$

2. Legyen az F felület paraméterezése $p : [0,3] \times [0,1] \to \mathbb{R}^3$, $p(u,v) = (u + 2v, v, u - v)$ és legyen a $w : \mathbb{R}^3 \to \mathbb{R}^3$ vektormező $w(x,y,z) = (x, -y, z)$. Határozza meg $\iint_F w$ értékét.

3. $\Omega = \big\{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid 0 \le z \le 4,\ 4 \le x^2 + y^2 \le 9\big\}$, $f(x,y,z) = \dfrac{1}{x^2 + y^2} + z$, $\displaystyle\iiint_\Omega f = ?$

4. Határozza meg a $0 \le z \le 3$ és az $x^2 + \dfrac{y^2}{4} = \dfrac{z^2}{9}$ felületek által határolt térrész térfogatát.

5. $\displaystyle\int_0^2 \int_{1+y^2}^{5} y\, \mathrm{e}^{(x-1)^2}\, \mathrm{d}\, x\, \mathrm{d}\, y = ?$