

Számítási módszerek a fizikában 1.

Írásbeli vizsgadolgozat

2025. 12. 24. 8.15-9.45

Név:

Neptun kód:

1.	2.	3.	Σ :

I. Minimumkövetelmény.

(12×3 pont)

1. Írja le hogyan számolható ki a $z_1 = a_1 + b_1 i$ és a $z_2 = a_2 + b_2 i \neq 0$ algebrai alakban adott komplex számok $\frac{z_1}{z_2}$ hányadosa?

2. Írja le a $\cos$ függvény definícióját.

3. Írja le hogyan számolható ki a $z = a + bi$ algebrai alakban adott komplex szám logaritmusa.

4. Írja le az algebra alaptételét.

5. Írja le a sík egyenletét az $\mathbb{R}^3$ térben.

6. Mit jelent, hogy w a $(v_i)_{i=1,\dots,n}$ vektorok lineáris kombinációja?

7. Mi lesz a $(v_i)_{i=1,\dots,n}$ lineárisan független vektorrendszer Gram–Schmidt-ortogonalizáltja a $(V, \langle \cdot, \cdot \rangle)$ skalárszorozatos vektortéren?

8. Írja le le a Pitagorasz-tételt véges dimenzióban.
9. Mi az A $n \times n$ -es mátrix adjungáltja?
10. Mit jelent, hogy egy A $n \times n$ -es mátrix idempotens?
11. Mit jelent, hogy egy $A : V \rightarrow V$ lineáris leképezés negatív definit?
12. Mit nevezünk az $A : V \rightarrow V$ lineáris leképezés sajátértékének?

Számítási módszerek a fizikában 1.

Írásbeli vizsgadolgozat

2025. 12. 24. 8.15-9.45

Név:

Neptun kód:

II. Vektorszámítás.

(5×5 pont)

- Adja meg az $A = (1, 3, 1)$, a $B = (2, -1, -1)$ és a $C = (-2, 0, 2)$ pontot tartalmazó sík egyenletét.
- Egy paralelogramma egyik csúcsa $B = (2, -1, 1)$ és a vele szomszédos másik két csúcs $A = (1, 2, 3)$ és $C = (-1, 2, 4)$. Mekkora a paralelogramma területe?
- Legyen $a = (1 - i, 2)$ és $b = (1 + i, 2)$ az euklidészi $\mathbb{C}^2$ térben. Adja meg az $\langle a, b \rangle$ a vektort és $\|b\|$ értékét.
- Mely természetes szám írható fel $-3i \operatorname{ch} \left(\log(3) + \frac{\pi i}{2} \right)$ alakban?
- Adja meg a $p(x) = 1$ és a $q(x) = x^2$ vektorok által bezárt szöget a polinomok vektorterében, ha a skaláris szorzást az alábbi formulával értelmezzük.

$$\langle p(x), q(x) \rangle = \int_0^1 x \cdot p(x) \cdot q(x) \, dx$$

III. Mátrixszámítás.

(5×5 pont)

- Határozza meg az $A = \begin{pmatrix} 4 & 4 & 2 \\ -2 & -2 & 3 \\ 2 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ mátrix rangját.
- Számolja ki a $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ -2 & 0 & 3 \\ 2 & 1 & -4 \end{pmatrix}$ mátrix inverzét.
- Adja meg a $C = \begin{pmatrix} 1 & -3 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ mátrix spektrálfelbontását.
- Legyen $D = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 1 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$. Számolja ki a $3 \sin \left(\frac{D\pi}{2} \right)$ mátrixot.
- Az $a, b \in \mathbb{R}$ paraméterek mely értéke esetén lesz az alábbi egyenletrendszernek nulla, egy, illetve végtelen sok megoldása?

$$\begin{cases} x + 2y + 3z = 4 \\ x + 3y + (9 - a)z = 10 \\ 2x + 5y + (a + 4)z = 2b + 2 \end{cases}$$