

Név:.....

Neptunkód:.....

Zh összpontszám	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	Vizsga	Zh+Vizsga	Jegy

Matematika A2 vizsga

2014. január 14., Építőmérnöki BSc szak

A dolgozat 1.-3. és 7.-9. feladataiból el kell érni 6-6 pontot!

- (4 pont) Mondja ki a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ pozitív tagokból álló végtelen sorokra vonatkozó hányadoskritériumot!
- (4+4 pont) Mondja ki és bizonyítsa be a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ pozitív tagokból álló végtelen sorokra vonatkozó gyökkritériumot!
- (2 pont) Definiálja az $f : \mathbb{R}^2 \mapsto \mathbb{R}$ kétváltozós valós függvény gradiens vektorát (x_0, y_0) pontban!
 - (2 pont) Gradiens vektor segítségével fejezze ki az f függvény (x_0, y_0) pontban vett \underline{v} egységvektor irányú iránymenti deriváltját!
 - (4 pont) Igazolja, hogy az f függvény (x_0, y_0) pontban vett gradiens vektora a legnagyobb növekedés irányába mutat!
- (7 pont) Határozza meg, mely α paraméterértékek esetén nincs megoldása, van egyértelmű megoldása, van végtelen sok megoldása az alábbi lineáris egyenletrendszernek! Írja fel a megoldásokat azon paraméterértékek esetén, mikor létezik!

$$x_1 + x_2 + \alpha x_3 = 3$$

$$x_1 + \alpha x_2 + x_3 = 3$$

$$\alpha x_1 + x_2 + x_3 = 3\alpha$$

- (4 pont) Mutassa meg, hogy \mathbb{R}^3 -ben a $\underline{v}_1 = (1, 1, 0)$, $\underline{v}_2 = (1, 0, 1)$, $\underline{v}_3 = (0, 1, 1)$ vektorok bázist alkotnak!
 - (3 pont) Írja fel az a) pontban szereplő bázisban vett koordinátáit a $\underline{w} = (1, 1, 1)$ vektornak!
- (6 pont) Írja fel az $f(x) = \pi^2 - x^2$, $-\pi < x < \pi$ függvény Fourier-sorának első három nem nulla tagját!
- (6 pont) Keresse meg az $f(x, y) = 3y^2 - 2y^3 - 3x^2 + 6xy$ függvény lokális szélsőértékeit, nyeregpontjait!
- (7 pont) Határozza meg az alábbi kettős integrál értékét az integrálás határainak felcserélésével!

$$\int_0^1 \int_y^1 e^{x^2} dx dy = ?$$

- (7 pont) Számítsa ki az $D = \{(x, y, z) : z^2 \leq x^2 + y^2 \leq 4, 0 \leq z \leq 2, x > 0, y > 0\}$ test tömegét, ha sűrűségfüggvénye $f(x, y, z) = xyz$!