

Név:.....

Neptunkód:.....

Zh összpontszám	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	Vizsga	Zh+Vizsga	Jegy

Matematika A2 vizsga

2014. január 21., Építőmérnöki BSc szak

A dolgozat 1.-3. és 7.-9. feladataiból el kell érni 6-6 pontot!

- (4 pont) Mondja ki a $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ végtelen sorokra vonatkozó integrálkritériumot!
- (2+4 pont) A $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}$ sor mely $p \in \mathbb{R}$ értékek esetén konvergens, divergens? Állítását integrálkritérium segítségével bizonyítsa!
- Legyen V vektortér és $\langle \cdot, \cdot \rangle: V \times V \mapsto \mathbb{R}$ leképezés.
 - (4 pont) Definiálja, mikor alkot $\langle \cdot, \cdot \rangle: V \times V \mapsto \mathbb{R}$ skaláris szorzatot!
 - (2 pont) Mit értünk $\underline{v} \in V$ vektor hosszán skaláris szorzatos vektortérben?
 - (2 pont) Mit értünk $\underline{v}, \underline{w} \in V$ vektorok által bezárt szög koszinuszán skaláris szorzatos vektortérben?
 - (2 pont) Mikor nevezzük a V skaláris szorzatos vektortér $\{\underline{b}_1, \dots, \underline{b}_n\}$ bázisát ortonormált bázisnak?
- (3+3 pont) Határozza meg az $f(x) = \ln(1 - 2x)$ függvény $x_0 = 0$ pont körüli Taylor-sorát, s annak konvergencia tartományát!
- (7 pont) Határozza meg, mely a paraméterértékek esetén nincs megoldása, van egyértelmű megoldása, van végtelen sok megoldása az alábbi lineáris egyenletrendszernek! Írja fel a megoldásokat azon paraméterértékek esetén, mikor végtelen sok van!

$$\begin{aligned} x_1 - x_2 + x_3 + ax_4 &= 1 \\ x_1 + (1 - a)x_3 + (a - 1)x_4 &= 2 \\ x_1 - ax_3 + (a - 2)x_4 &= 1 \\ -ax_1 + ax_2 + 2ax_3 + 2x_4 &= 3a - 1 \end{aligned}$$

- Legyen $\underline{A} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix}$. Határozza meg az \underline{A} mátrix
 - (2 pont) rangját!
 - (5 pont) sajátértékeit, sajátvektorait!

- (7 pont) Keresse meg az $f(x, y) = (1 + e^y)(x^4 - 2x^2) - ye^y$ függvény lokális szélsőértékeit, nyeregpontjait!
- (7 pont) Határozza meg az alábbi kettős integrál értékét, ahol $D = \{(x, y) : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0\}$!

$$\iint_D \frac{x - y}{x^2 + y^2} dx dy = ?$$

- (6 pont) Határozza meg a $V = \{(x, y, z) : 0 \leq z \leq 2 - x - y, x \geq 0, y \geq 0\}$ tetraéder súlypontjának első koordinátáját homogén sűrűség esetén!