

Név:.....

Neptunkód:.....

Zh összpontszám	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	Vizsga	Zh+Vizsga	Jegy

**Matematika A1 vizsga**

2014. június 17., Építőmérnöki BSc szak

*A dolgozat 7.-9. feladataiból el kell érni 6 pontot!*

- (3+3 pont) Adja meg az  $\underline{u}, \underline{v}$  térvektorok  $\underline{u} \times \underline{v}$  vektoriális szorzatának definícióját, valamint kiszámítási módját!
- (a) (3 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény deriváltját (differenciálhányadosát) az  $x_0$  pontban!  
 (b) (3 pont) A definíció alapján számítsa ki az  $f(x) = x^2$  függvény deriváltját egy tetszőleges  $x_0$  helyen! (Csak a definíció használatáért jár pont!)  
 (c) (4 pont) Bizonyítsa be az  $f(x) \cdot g(x)$  szorzatfüggvény  $x = x_0$  helyen vett deriváltjára vonatkozó szabályt!
- (a) (2 pont) Az alábbi állítások közül melyik hamis?  
 (i) Minden korlátos sorozatnak létezik torlódási pontja.  
 (ii) Minden konvergens sorozat korlátos.  
 (iii) Minden korlátos sorozatnak létezik határértéke.  
 (iv) Minden monoton és korlátos sorozat konvergens.  
 (b) (2 pont) Az alábbi állítások közül melyik hamis?  
 (i) Bármely két monoton növekvő sorozat összege is monoton nő.  
 (ii) Bármely két konvergens sorozat hányadosa is konvergens.  
 (iii) Bármely két korlátos sorozat szorzata is korlátos.  
 (iv) Bármely két konvergens sorozat szorzata is konvergens.
- (a) (4 pont) Határozza meg az  $y^2 = 8x$  parabolának azon pontjait, melyek a  $P(6, 0)$  ponttól a legkisebb távolságra vannak!  
 (b) (3 pont) Mekkora a parabola meredeksége az  $Q(8, 8)$  pontban?
- Számítsa ki az alábbi határértékeket, ha léteznek!  
 (a) (4 pont)  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x+1}{\sqrt{6x^2+3}+3x}$       (b) (4 pont)  $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x-\frac{\pi}{4})}{\sqrt{2}-2\cos(x)}$
- (3+2 pont) Határozza meg a  $P(6, -2, 1)$  ponton átmenő, s a  $2x+2y-z=16$  síkra merőleges egyenes paraméteres egyenletét! Mekkora a  $P$  pont távolsága a síktól?
- (6 pont) Határozza meg az  

$$\int \frac{x-4}{\sqrt{16-4x^2}} dx$$
 határozatlan integrál értékét!
- (8 pont) Számítsa ki az  $y = \sin(2x)$ ,  $0 < x < \pi/2$ , görbe és az  $x$ -tengely által határolt homogén sűrűségű síkidom súlypontját!
- (6 pont) Számítsa ki az  $\int_0^1 \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$  improprius integrál értékét!