A2 pót ZH II/A.

① Első sor szerint kifejtve: $\det A = 2\cdot\det\begin{pmatrix}5 & 1 & 8\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 3 & -2\end{pmatrix} + 0 + 0 + 0$.

(2 pont)

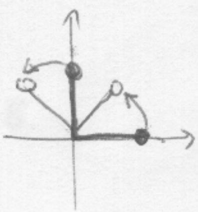
Ezt pedig első oszlop szerint: $5\cdot\det\begin{pmatrix}1 & 0\\ 3 & -2\end{pmatrix} = -10$

Avagy Sarrus szerint, azaz az $5\cdot 1\cdot(-2)$ a nem nulla.

tehát $\det A = \underline{\underline{-20}}$. (2 pont)

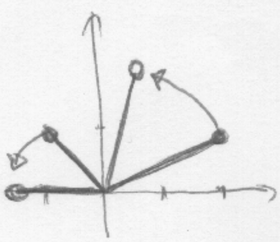
② ⓐ Ha $\underline{\underline{B}} = \begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 1\end{pmatrix}$, és a $\underline{v} = \begin{pmatrix}v_1\\ v_2\end{pmatrix}$-höz keressük a B beli $\underline{w} = \begin{pmatrix}w_1\\ w_2\end{pmatrix}$ koordinátákat, akkor $\underline{v} = \underline{\underline{B}}\cdot\underline{w}$, azaz $\underline{w} = \underline{\underline{B}}^{-1}\underline{v}$, azaz $\underline{\underline{B}}^{-1}$ az átmenet mx. (1 pont)

Írni: $\det \underline{\underline{B}} = 3$, így $\frac{1}{3}\begin{pmatrix}1 & -1\\ +1 & 2\end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix}1/3 & 1/3\\ -1/3 & 2/3\end{pmatrix}$ (2 pont)

ⓑ 

A mx az E bázisban: $\underline{\underline{A}}_E = \begin{pmatrix}1/\sqrt{2} & -1/\sqrt{2}\\ 1/\sqrt{2} & 1/\sqrt{2}\end{pmatrix}$ (1,5 pont)

És a B bázisban: $\underline{\underline{A}}_B = \underline{\underline{B}}^{-1}\cdot\underbrace{\underline{\underline{A}}_E\cdot\underline{\underline{B}}}$ $= \begin{pmatrix}1/3 & 1/3\\ -1/3 & 2/3\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1/\sqrt{2} & -2/\sqrt{2}\\ 3/\sqrt{2} & 0\end{pmatrix} =$



a B képe az E bázisban felírva (1,5 pont)

$= \begin{pmatrix}2\sqrt{2}/3 & -\sqrt{2}/3\\ 5/(3\sqrt{2}) & \sqrt{2}/3\end{pmatrix}$ (1 pont)

③ $(x, y)\begin{pmatrix}5 & 2\\ 2 & 8\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix} = 5x^2 + 4xy + 8y^2$ (1 pont)

$\det\begin{pmatrix}5-\lambda & 2\\ 2 & 8-\lambda\end{pmatrix} = \lambda^2 - 13\lambda + 40 - 4 = (\lambda-4)(\lambda-9)$ $\quad \lambda_1 = 4,\ \lambda_2 = 9$

(2 pont)

$\left(\begin{array}{cc|c}1 & 2 & 0\\ 2 & 4 & 0\end{array}\right)$ $\quad \underline{u}_1 = \begin{pmatrix}2\\ -1\end{pmatrix}$ egy jó sajátvektor $\lambda_1 = 4$ hez.

$\left(\begin{array}{cc|c}-4 & 2 & 0\\ 2 & -1 & 0\end{array}\right)$ $\quad \underline{u}_2 = \begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix}$ —— $\lambda_2 = 9$ hez. (2 pont)

(4)

(1 pont) (1 pont) (1 pont)

$$\frac{\partial}{\partial x}\cos\left(e^{xy}+e^{x^2+y^2}\right) = -\sin\left(e^{xy}+e^{x^2+y^2}\right)\cdot\left[e^{xy}\cdot y + e^{x^2+y^2}\cdot 2x\right]$$

$\frac{\partial}{\partial y} f(x,y) =$ a fenti, csak $x \leftrightarrow y$. (1 pont)