

## Matematika A2, Alíráspótló vizsga

2016. december 13. 9-11 K234, Építőmérnöki BSc szak

1. (4+4 pont) Az alábbi sorok közül melyik abszolút konvergens, feltételesen konvergens vagy divergens? Válaszát indokolja!

$$\sum_{n=2}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\log n}, \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!2^n}{((n+1)!)^2}$$

2. (4 pont) Számítsa ki a  $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k!2^k}{((k+1)!)^2} (x-2)^k$  sor konvergenciasugarát!
3. (5 pont) A Cramer szabály segítségével oldja meg az alábbi lineáris egyenletrendszert! (Csak a Cramer-szabály szerinti megoldást áll módunkban elfogadni!)

$$\begin{aligned} 2x + z &= 5 \\ x - y + 3z &= 0 \\ 3x + 2y - z &= 2 \end{aligned}$$

4. (5 pont) Határozza meg az 2-periodikus  $f$  függvény Fourier sorát, ahol

$$f(x) = 1 - |x|, \quad -1 \leq x < 1.$$

5. (4+2 pont) Adja meg az

$$f(x, y) = \sin((e^x + e^y)\pi) + e^{x^2y^2}$$

függvény  $\underline{v} = (3, -4)$  irányban vett iránymenti deriváltját az  $(x_0, y_0) = (0, 0)$  pontban! Mi a legnagyobb növekedés iránya  $(x_0, y_0)$ -ban?

6. Legyen

$$A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 5 & 0 \\ 4 & -1 & 6 & 1 \\ 0 & 1 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

- (a) (2 pont) Határozza meg  $A$  mátrix rangját!
- (b) (4 pont) Írja fel az oszlopvektorai által kifeszített vektortér egy bázisát, majd az így megadott bázisból a Gram-Schmidt ortogonalizációs eljárás segítségével írja fel egy ortonormált bázisát!
7. (6 pont) Diagonalizálja az alábbi mátrixot!

$$B = \begin{pmatrix} 7 & 4 & 0 \\ -9 & -3 & 5 \\ 3 & 0 & -4 \end{pmatrix}$$