

## 7. Gyakorlat

### Szélsőértékek, monotonitás.

**F1. (Monotonitás, szélsőérték.)** Határozzuk meg az alábbi függvény monotonitási intervallumait, lokális szélsőértékhelyeit és lokális szélsőértékeit!

$$(a) f(x) = \frac{x^3}{3x^2 + 1}, \quad x \in \mathbb{R},$$

$$(b) f(x) = x - \ln(1 + x) \quad x \in (-1, +\infty),$$

$$(c) f(x) = x^5 - 5x^4 + 5x^3 + 1 \quad x \in \mathbb{R}$$

**F2. (Globális szélsőértékek.)** Határozzuk meg az adott intervallumon az alábbi függvények abszolút maximumát és minimumát (ha azok léteznek), és mondjuk meg azt is, hogy hol veszi fel a szélsőértékeket.

$$(a) f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 1 \quad x \in [-1, 5]$$

$$(b) f(x) = 2x + \frac{200}{x} \quad x \in (0, +\infty)$$

**F3. (Szöveges szélsőérték feladat)** Határozzuk meg az  $\mathbb{R}$  sugarú körbe írható maximális területű téglalap területét!

**F4. (Szöveges szélsőérték feladat)** Magyarországon a teljes lakosság 1 év alatt összesen  $10^{13}$  forintnyi jövedelmet kap. Tudjuk, hogy ha a keresetek  $x\%$ -át kellene jövedelemadóként befizetni, akkor a lakosság a befizetendő adó  $\frac{x}{50}$ -ed részét elcsalná (nem fizetné be). Ilyen feltételek mellett mekkorára kellene az adókulcsot állítani, hogy a lehető legtöbb pénz folyjon be?

**F5. (hf)** Andri mézeskalácsot árul az adventi vásárban. Ha az előállításra  $x$  petákot költ, akkor darabját  $6\sqrt{x}$  petákért tudja eladni. Mennyit költsön az előállításra, hogy a darabonkénti haszna maximális legyen?

**F6. (hf)** Gabi mézeskalácsot árul az adventi vásárban. Ha  $x$  petákért adja darabját, akkor az előtte elsétálók  $(60 - 3x)$  százaléka vesz tőle egyet. Mennyiért adja darabját, hogy a bevétele maximális legyen? (Feltehetjük, hogy 1000 vásárló halad el előtte, de ennek nincs jelentősége.)

**Opcionális** (ha marad idő)

**F7.** Egy futópályát építenek egy téglalap alakú foci pályára úgy, hogy a futópályát két hosszabb oldala mentén egyenes, rövidebb oldala mentén félkörpályát alakítanak ki. A futópályára teljes hossza 400 méter lesz. Mekkora legyen a futópályára építendő téglalap oldalainak hossza, hogy a területe maximális legyen?