2. Algebra ZH (2008/2009 tavasz)

1. Legyen R egy tetszőleges gyűrű és $e \in R$ egy idempotens elem, vagyis $e^2 = e$. Bizonyítsd be, hogy $eRe = \{ere : r \in R\}$ egységelemes gyűrűt alkot R műveleteivel.

2. Bizonyítsd be, hogy ha $N \lhd G$, $N \simeq \mathbb{Z}_2$ és G/N ciklikus, akkor G kommutatív. Plusz 3 pontért: Mutass példát arra, hogy $N \simeq \mathbb{Z}_3$ esetén már nem igaz a feladat állítása.

3. Hány homomorfizmus megy $\mathbb{Z}_6$-ból $S_3 \times D_5$-be?

4. Add meg D_6 és $\mathbb{Z}_{100}$ egy kompozícióláncát és a hozzá tartozó faktorokat.

5. Add meg definiáló relációkkal $\mathbb{Z}_2^3$-t (és természetesen bizonyítsd is be, hogy amit megadsz, az tényleg izomorf $\mathbb{Z}_2^3$-vel:-)

6. Bizonyítsd be, hogy egy $5 \cdot 7 \cdot 17$ elemű csoportnak legalább két Sylow-részcsoportja normálosztó.