Lineáris Algebra fizikusoknak (2010-11 ősz) 5. gyakorlat

1. Adj meg olyan f harmadfokú racionális együtthatós polinomot, melyre $f(-1) = 2$, $f(1) = 3$, $f(4) = 1$ és $f(5) = -3$.

2. Van-e olyan egész együtthatós $f(x)$ polinom, melyre

(a) $f(1) = 3, f(2) = 10$ és $f(-1) = 7$; (b) $f(1) = 3, f(2) = 10$ és $f(-1) = 2$?

3. Irreducibilis-e $\mathbb{Q}[x]$-ben

(a) $x^4 + 1$; (b) $3x^3 - 15x^2 + 9x + 10$?

4. Bontsd fel $\mathbb{Q}[x]$-ben irreducibilisek szorzatára az $x^4 - 13x^3 - 6x^2 + 104x - 338$ polinomot.

5. Legyenek a, b, c az $x^3 - x^2 + 3x + 6$ polinom komplex gyökei. Határozd meg az $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}$ kifejezés értékét.

HF 1. Bizonyítsd be a *fordított Schönemann-Eisenstein-féle kritériumot*: Ha egy $f(x) = a_n x^n + a_{n-1}x^{n-1} + \cdots + a_1 x + a_0 \in \mathbb{Z}[x]$ polinomra és egy p prímre teljesülnek hogy

(i) $p \mid a_n, p \mid a_{n-1}, \ldots, p \mid a_1$;

(ii) $p \nmid a_0$;

(iii) $p^2 \nmid a_n$;

akkor $f(x)$ irreducibilis $\mathbb{Q}[x]$-ben.