

## 4. Lineáris Algebra gyakorlat (2009/2010 ősz)

1. Hozd trigonometrikus alakra a következő komplex számokat:

(a)  $1 - i$ ; (b)  $-8$ ; (c)  $3i$ ; (d)  $-3\sqrt{3} - 3i$ ; (e)  $\sin \frac{\pi}{7} - i \cos \frac{\pi}{7}$ .

2. Add meg a  $\frac{(-1-\sqrt{3}i)^{15}}{(1+i)^6}$  komplex szám trigonometrikus alakját.

3. Ábrázold az alábbi halmazokat a komplex síkon:

(a)  $|2z + 3 - i| \leq 4$ ;

(b)  $z + \bar{z} \geq 1$ ;

(c)  $|z - i| = |z + 3i|$ ;

(d)  $|z| = 3iz$ ;

(e)  $\operatorname{Im}\left(\frac{z-1}{z+1}\right) = 0$ .

4. Oldd meg az alábbi egyenleteket a komplex számok halmazán:

(a)  $z^2 = -12$ ,

(b)  $z^2 + 3z + 4 = 0$ ;

(c)  $z^2 + 2iz - 1 + i = 0$ .

5. Add meg a  $2z^4 + 1 - \sqrt{3}i = 0$  egyenlet összes komplex megoldását.

6. Legyenek  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$  az  $n$ . egységgyökök.  $\sum_{k=1}^n \varepsilon_k = ?$   $\prod_{k=1}^n \varepsilon_k = ?$

7.\* Legyenek  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_\ell$  az  $n$ . primitív egységgyökök.  $\sum_{k=1}^\ell \varepsilon_k = ?$   $\prod_{k=1}^\ell \varepsilon_k = ?$

**HF.** Oldd meg a  $\frac{z^2+5i}{z^2-i} = 2 - i$  egyenletet a komplex számok halmazán.

**HF.** Legyenek  $\varepsilon_1, \dots, \varepsilon_n$  az  $n$ . egységgyökök és  $d$  egy természetes szám.  
 $\sum_{k=1}^n \varepsilon_k^d = ?$