

13. Számelmélet gyakorlat (2009/2010)

1. Oldd meg az alábbi diofantikus egyenleteket:

(a) $x^2 + y^2 = 4 \cdot 5^3 \cdot 11^4 \cdot 101$;

(b) $4x^2 + y^2 = 686$.

2. Bizonyítsd be, hogy multiplikatív számelméleti függvények szorzata illetve hányadosa (ha értelmes) multiplikatív, de ha nem konstans 0-k, akkor összegük és különbségük soha nem multiplikatív.

3. Bizonyítsd be, hogy additív számelméleti függvények összege illetve különbsége is additív, de szorzatuk illetve hányadosuk nem feltétlenül.

4.

(a) Mi a konstans 1 függvény összegzési függvénye?

(b) Mi az $f(n) = n$ függvény összegzési függvénye?

(c) Mi a μ függvény összegzési függvénye?

5. Bizonyítsd be, hogy f pontosan akkor multiplikatív, ha f^+ multiplikatív.

6. Bizonyítsd be, hogy $\sum_{d|n} \frac{\mu(d)}{d} = \frac{\varphi(n)}{n}$.

7. Bizonyítsd be, hogy a primitív komplex n . egységgyökök összege $\mu(n)$.