

# Kémiai matematika

## 6. gyakorlat

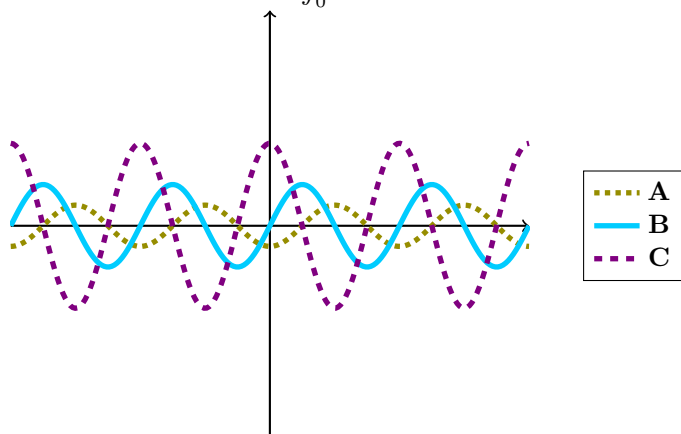
Busai Ágota

agota.busai@gmail.com

www.math.bme.hu/~bgotti

2016.10.20.

1. Az alábbi ábrán  $f$ ,  $f'$  és  $\int_0^x f(t)dt$  látható. Határozd meg, melyik melyik! Választásod indokold!



**Állítás:** Az  $f(x)$ ,  $g(x)$  folytonos függvények és  $x = a$ ,  $x = b$  egyenesek közötti tartomány  $A$  területe, ha  $f(x) \geq g(x) \forall x \in [a, b]$ :

$$A = \int_a^b f(x) - g(x) dx.$$

2. Számítsd ki annak a tartománynak a területét, amit alulról az  $y = x$  függvény, felülről az  $y = e^x$  függvény, oldalról pedig  $x = 0$  és  $x = 1$  egyenesek határolnak!
- HF 3.** Számítsd ki az  $y = x^2$  és  $x = y^2$  görbék közé eső tartomány területét!
4. Számítsd ki az  $y = x - 1$  egyenes és az  $y^2 = 2x + 6$  parabola által közbezárt tartomány területét!  
*Tipp:* Nem mindig az  $x$  szerinti integrálás a célszerű választás...
5. Számítsd ki az alábbi integrálokat a megfelelő  $T$  tartományon!
- (a)  $\iint_T xy e^{2x+y^2} dT$ ,  $T : 0 \leq x \leq 1, -2 \leq y \leq 0$
- (b)  $\iint_T y \cos(2xy) dT$ ,  $T : x \in [1, 2], y \in [1, 3]$
- (c)  $\iint_T 3x e^{-xy} dT$ ,  $T : x \in [0, 1], y \in [1, 2]$
- (d)  $\iint_T 2xy dT$ ,  $T : x \geq 0, y \in [x^2, 2 - x]$
6. Legyen  $T$  az  $y = \sqrt{4x}$  és az  $y = 2x^2$  görbék által határolt tartomány, tekintsük az  $\iint_T x + 2y dT$  integrált.

(a) Alakítsd át a fenti kettős integrált kétféleképpen kétszeres integrállá!

**HF** (b) Az egyik segítségével számold ki a kettős integrál értékét!

**HF 7.** Legyen  $T$  az  $A(0, 0)$ ,  $B(5, 0)$ ,  $C(4, 6)$ ,  $D(3, 6)$  pontok által meghatározott trapéz, tekintsük az  $\iint_T e^{6x+y} dT$  integrált.

- (a) Alakítsd át a fenti kettős integrált kétféleképpen kétszeres integrállá!
- (b) Az egyik segítségével számold ki a kettős integrál értékét!

**8.** Az integrálás sorrendjének felcserélésével határozd meg az alábbi integrál értékét!

$$\int_0^1 \int_{\sqrt{y}}^1 (4+x^3)^{\frac{1}{2}} dx dy$$

**9.** Számítsd ki az alábbi integrálokat a megfelelő  $T$  tartományon!

(a)  $\iint_T \cos(x^2 + y^2) dT$ ,  $T : x^2 + y^2 \leq 9, x \leq 0$

**HF** (b)  $\iint_T \frac{1}{(x^2 + y^2)^2} dT$ ,  $T : y \geq 0, 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4$

(c)  $\iint_T 4xy^3 dT$ ,  $T : 1 \leq x^2 + y^2 \leq 4, x \geq 0, y \geq \frac{x}{\sqrt{3}}$

**HF\* 10.** Integráld az  $f(x, y) = x - y$  függvényt az  $y = x^2$  és az  $y = y^2$  görbék által közbezárt tartományon!

**HF 11.** Számítsd ki az  $a$  kistengelyű,  $b$  nagytengelyű ellipszis területét, ha a transzformáció:

$$x = a r \cos \varphi,$$

$$y = b r \sin \varphi,$$

$$r \in [0, 1],$$

$$\varphi \in [0, 2\pi].$$