

## 2. zh Minta Matematika A1

1. a.) Írja le az  $y = f(x)$  függvény  $x = a$  helyen vett deriváltjának definícióját.  
b.) A definíció alapján állapítsa meg, deriválható-e az  $f(x) = |x - 2|$  függvény az  $x_0 = 2$  helyen.  
c.) Deriválja az alábbi függvényt:  $f(x) = \frac{\ln(3x^4)}{x(\sqrt{x} + 5)}$  (6 pont)
2. Hol monoton növekvő, illetve csökkenő az  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$  függvény? (4 pont)
3. Írja fel az  $x^3 + 2xy + 2y^2 = 5$  görbe érintőjének egyenletét a  $P(1;1)$  pontban. (3 pont)
4. a.)  $\int \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) \ln x dx$   
b.)  $\int \sin^2 x \cos 2x dx$  (4 pont)
5. Határozza meg az  $y = \sqrt{x+2}$  és  $y = 0,5x + 1$  görbék által határolt síkrész területét. (3 pont)

### Megoldás:

1. a.)  $f'(a) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$ , feltéve, hogy ez a határérték létezik.  
b.)  $f'(2) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{|2+h-2| - |2-2|}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{|h|}{h}$ , ez a határérték nem létezik, tehát a függvény nem deriválható a megadott helyen.  
c.)  $f'(x) = \frac{4(\sqrt{x} + 5) - \ln(3x^4) \left( \frac{3}{2} \sqrt{x} + 5 \right)}{x^2 (\sqrt{x} + 5)^2}$
2. monoton növekvő:  $]-1; 1[$ , monoton csökkenő:  $]-\infty; -1[$  és  $]1; \infty[$
3.  $y = -\frac{5}{6}x + \frac{11}{6}$
4. a.)  $\frac{\ln^2 x}{2} - \frac{\ln x}{x} - \frac{1}{x} + C$       b.)  $\frac{1}{4} \left( \sin 2x - x - \frac{\sin 4x}{4} \right) + C$
5.  $T = \frac{4}{3}$