

VIZSGADOLGOZAT
MINTA
2011/12/2
Matematika A1

1. 1. a.) Írja le az algebra alaptételét.

b.) Ossza el a $p(x) = x^3 + x^2 - 7x - 15$ polinomot a $q(x) = x - 3$ polinommal.

c.) Írja fel $p(x)$ -et gyöktényezős alakban.

(6 pont)

2. a.) Mikor mondjuk, hogy az A szám torlódási pontja az $\{a_n\}$ sorozatnak?

Írja le a definíciót!

b.) Döntse el, hogy igazak-e a következő állítások. Ha igaz, indokolja válaszát, ha nem igaz, mutasson ellenpéldát.

(i) Ha A torlódási pontja az $\{a_n\}$ sorozatnak, akkor $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$.

(ii) Van olyan sorozat, melynek kettőnél több torlódási pontja van. (7 pont)

3. a.) Mikor mondjuk, hogy az $f(x)$ függvény differenciálható az $x = x_0$ helyen? Írja le a definíciót.

b.) Adott az alábbi függvény. Állapítsa meg, differenciálható-e az $x = 0$ és $x = 0,5$ helyeken.

$$f(x) = \begin{cases} |x|, & \text{ha } x < 0 \\ \arcsin x, & \text{ha } 0 \leq x \leq 0,5 \\ \frac{\pi x}{3}, & \text{ha } x > 0,5 \end{cases} \quad (7 \text{ pont})$$

4. Adott a komplex számsíkon egy szabályos háromszög középpontja $z_0 = 2 - 3i$ és egy csúcsa $z_1 = 1 + 4i$. Keresse meg a másik két csúcshelyét. (6 pont)

5. Határozza meg az $5x^2 + 4xy + y^2 = 10$ görbe $P(1;1)$ pontjában az érintő egyenes egyenletét. (4 pont)

6. Vizsgálja és ábrázolja az $y = xe^{1/x}$ függvényt. (A vizsgálat szempontjai: értelmezési tartomány, zérushelyek, értékkészlet, monotonitás, szélsőértékek, konkávitás, inflexiós pontok, határértékek a $\pm\infty$ -ben.) (10 pont)

7. a.) $\int \frac{1}{4x^2 + 4x + 2} dx$, b.) $\int \frac{2e^x + 1}{e^x - 1} dx$, c.) $\int_1^2 \frac{2e^x + 1}{e^x - 1} dx$ (8 pont)

8. Számítsa ki az $x = a \cos t$, $y = b + a \sin t$, $0 \leq t \leq 2\pi$ paraméteres egyenletrendszerű kör x tengely körüli megforgatásával keletkező tórusz térfogatát ($b \geq a$). (6 pont)

9. Konvergensek-e az alábbi integrálok. Indokolja válaszát.

a.) $\int_{\pi}^{\infty} \frac{2 + \cos x}{x\sqrt{x}} dx$ b.) $\int_{\pi}^{\infty} \frac{3 - \sin x}{\sqrt{x}} dx$ (6 pont)

Az elégséges osztályzathoz legalább 40%-ot el kell érni.