

# MINTA TESZT

## Matematika A1

A kérdésekre adott 4 válasz közül bármelyik lehet igaz vagy hamis, tehát lehet, hogy mind hamis, de az is lehet, hogy valamennyi válasz igaz. Ezért minden lehetőségre egyértelmű I vagy N jellel kell felelni. A feladatot akkor tekintjük jól megoldottnak, ha mind a négy felelet helyes.

---

1.  $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i\right)^5 =$

A.)  $-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$ ,

B.)  $\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$ ,

C.)  $\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}$ ,

D.)  $\cos\frac{3}{4}\pi + i\sin\frac{3}{4}\pi$ .

---

2.  $\frac{1}{3} =$

A.)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\cos 3x}$ ,

B.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x}{3} \ln x$ ,

C.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x(x+1)(x-1)}{3x^3 - 1}$ ,

D.)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{3x}\right)^x$ .

---

3. Értékkészlete az összes valós szám:

A.)  $\operatorname{sh} x$ ,

B.)  $\ln x$ ,

C.)  $\operatorname{arctg} x$ ,

D.)  $\tanh x$ .

---

4. Egyik felső korlátja a 2:

A.)  $\sin 2x$ ,

B.)  $\operatorname{arctan} x$ ,

C.)  $e^{-2x}$ ,

D.)  $\operatorname{arccos} x$ .

---

5. Az  $y = \frac{1}{x(x+1)}$  függvény deriváltja:

A.)  $\frac{\ln x}{x+1} + \frac{\ln(x+1)}{x}$ ,

B.)  $-\frac{2x+1}{x^2(1+x)^2}$ ,

C.)  $\frac{2x+1}{x^2(1+x)^2}$ ,

D.)  $\frac{x^2 - x - 1}{x^2(1+x)^2}$ .

---

---

6. Melyik állítás igaz az  $y = \frac{1}{1+x^2}$  függvényre?

- A.)  $x = 0$ -ban lokális minimuma van,
- B.)  $x = 0$ -ban lokális maximuma van,
- C.) a  $(6;10)$  intervallumban monoton nő,
- D.) az  $(1;3)$  intervallumban monoton csökkenő.

---

7. Az  $x = \sqrt{2} \cos^3 t$ ,  $y = \sqrt{2} \sin^3 t$  görbe  $t = \pi/4$  pontjában az érintő egyenes egyenlete:

- A.)  $\sqrt{2}x + \sqrt{2}y = 2$ ,
- B.)  $\sqrt{2}x - \sqrt{2}y = 2$ ,
- C.)  $x - y = -1$ ,
- D.)  $x + y = 1$

---

8.  $\int_0^1 x e^{-2x} dx =$

- A.)  $\frac{e^2 - 3}{e^2}$ ,
- B.)  $\frac{e^2 - 6}{e^2}$ ,
- C.)  $\frac{4e^2 - 1}{4e^2}$ ,
- D.)  $\frac{e^2 - 3}{4e^2}$ .

---

9.  $\int_1^8 \frac{dx}{\sqrt[3]{9-x}} =$

- A.)  $-3$ ,
- B.)  $-\frac{3}{2}$ ,
- C.)  $\frac{9}{2}$ ,
- D.)  $6$ .

---

10.  $\int_0^{\infty} \frac{dx}{25+x^2} =$

- A.)  $\pi/2$ ,
  - B.)  $\pi/10$ ,
  - C.)  $1/2$ ,
  - D.)  $\infty$ .
-

## VIZSGADOLGOZAT

### MINTA

1. Mit mond ki az algebra alaptétele? (4 pont)

2. a.) Mikor mondjuk, hogy az  $A$  szám torlódási pontja az  $\{a_n\}$  sorozatnak?

Írja le a definíciót!

Döntse el, hogy igazak-e a következő állítások:

b.) Ha  $A$  torlódási pontja az  $\{a_n\}$  sorozatnak, akkor  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = A$ .

c.) Van olyan sorozat, melynek kettőnél több torlódási pontja van.

Indokolja válaszait. (8 pont)

3. Ismertesse a Rolle féle középértéktételt és ez alapján igazolja, hogy ha az  $f(x)$  függvény mindenütt differenciálható, de nem invertálható, akkor van olyan  $c$  valós szám, melyre  $f'(c) = 0$ . (8 pont)

4. Milyen tétel alapján dönthetjük el az  $f(x)$  függvényről, hogy Riemann integrálható-e az  $[a; b]$  intervallumon? Írja le ezt a tételt. A tétel segítségével döntse el, hogy integrálható-e az

$f(x) = \frac{1}{\cos x}$  függvény a  $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$  intervallumon. (6 pont)

5. Trapéz módszerrel, az intervallumot 5 részre osztva, határozza meg az  $\int_0^2 (4x - x^3) dx$  integrál közelítő értékét. (5 pont)

6. Adott a komplex számsíkon egy szabályos háromszög középpontja  $z_0 = 2 - 3i$  és egy csúcsa  $z_1 = 1 + 4i$ . Keresse meg a másik két csúcs helyét. (4 pont)

7. Vizsgálja és ábrázolja az  $y = xe^{1/x}$  függvényt. (8 pont)

8. \* a.)  $\int \frac{1}{4x^2 + 4x + 2} dx$       b.)  $\int \sin 2x \cos^2 x dx$       c.)  $\int_1^2 \frac{2e^x + 1}{e^x - 1} dx$  (10 pont)

9. Számítsa ki az  $x = a \cos t$ ,  $y = b + a \sin t$ ,  $0 \leq t \leq 2\pi$  paraméteres egyenletrendszerű kör  $x$  tengely körüli megforgatásával keletkező tórusz térfogatát ( $b \geq a$ ). (6 pont)

\*Az elégséges osztályzathoz a 8-9. feladatokból legalább 6 pontot el kell érni.