

GYAKORLÓ FELADATOK

Matematika A1a

1. Határozza meg a két vektor által bezárt szöget: $u=(2,1,0)$, $v=(1,2,-1)$.

2. Írja fel az u vektort v -vel párhuzamos és arra merőleges komponensek összegeként:

$$u=(0;3;4), v=(1;1;0).$$

3. Adottak a $P(1;-1;2)$, $Q(2;0;1)$ és $R(0;2;1)$ pontok.

a.) Határozza meg az PQR háromszög területét.

b.) Adjon meg egy egységvektort, mely merőleges a PQR síkra.

4. a.) Határozza meg annak a tetraédernek a térfogatát, melynek csúcsai: $A(1;1;1)$, $B(2;3;0)$, $C(-2;1;4)$ és $D(1;8;-3)$.

b.) Határozza meg az előbbi tetraéder D csúcsán átmenő magasságvonalának hosszát.

5. Írja fel annak az egyenesnek a paraméteres egyenletrendszerét, mely

a.) átmegy az $(1;2;5)$ ponton és párhuzamos a z tengellyel.

b.) átmegy a $(2;4;5)$ ponton és merőleges a $3x+7y-5z=21$ síkra.

6. Írja fel annak a síknak az egyenletét, mely

a.) átmegy az $A(1;-2;1)$ ponton és merőleges az OA vektorra.

b.) tartalmazza az $(1;1;-1)$, $(2;0;2)$ és $(0;-2;1)$ pontokat.

7. Határozza meg a pont és az egyenes távolságát:

a.) $P(2;1;3)$, $e: x=2+2t, y=1+6t, z=3$;

b.) $P(3;-1;4)$, $e: x=4-t, y=3+2t, z=-5+3t$.

8. a.) Mutassa meg, hogy a következő egyenesek metszők.

b.) Írja fel síkjuk egyenletét.

$$e_1: x=1+t, y=2+t, z=1-t; \quad e_2: x=1-4t, y=1+2t, z=2-2t.$$

9. Határozza meg a $P(2;-3;4)$ pont és az $x+2y+2z=13$ sík távolságát.

10. Határozza meg a következő síkok szögét radiánban: $2x+2y+2z=3$ és $2x-2y-z=5$.

11. Határozza meg a $-x+1=\frac{y}{3}=z-1$ egyenes és a $2x-y+3z=6$ sík metszéspontját.

12. Mely pontokban metszi az $\frac{x-1}{2}=-y-1=\frac{z}{3}$ egyenes a koordinátságokat?

13. a.) Határozza meg az $S1: x+2y+6z=1$ és $S2: x+2y+6z=10$ síkok távolságát.

b.) Tükrözze a $S1$ síkot $S2$ -re.

14. Határozza meg az $S1: x+y=3$ és $S2: 2y+z=7$ síkok metszévonalát.

15. Határozza meg a következő kitérő egyenesek távolságát:

$$\frac{-x-5}{8} = \frac{y-7}{10} = \frac{z-10}{6} \quad \text{és} \quad \frac{x-5}{3} = \frac{y+3}{5} = \frac{z-15}{4} .$$

Megoldások:

1. 0,75 rad 2. $\left(\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 0\right) + \left(-\frac{3}{2}; \frac{3}{2}; 4\right)$ 3. a.) $\sqrt{6}$ b.) $\pm \frac{1}{\sqrt{6}}(1; 1; 2)$
4. a.) 4 b.) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 5. a.) $x=1, y=2, z=t$ b.) $x=3t+2, y=7t+4, z=-5t+5$
6. a.) $x-2y+z=6$ b.) $7x-5y-4z=6$ 7. a.) 0 b.) $\frac{9\sqrt{42}}{7}$
8. $y+z=3$ 9. 3 10. 1,76 rad 11. $\left(\frac{3}{2}; -\frac{3}{2}; \frac{1}{2}\right)$
12. $\left(0; -\frac{1}{2}; -\frac{3}{2}\right), (-1; 0; -3), (1; -1; 0)$ 13. a.) $\frac{9}{\sqrt{41}}$ b.) $x+2y+6z=19$
14. $x=1+t, y=2-t, z=3+2t$ 15. $\sqrt{75}$