

# Matematika A1

## 7. feladatsor

1. A L'Hospital segítségével számítsuk ki a határértéket.

- (a)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 5x}{x}$
- (b)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x^2}{x}$
- (c)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^2 - 3x}{7x^2 + 1}$
- (d)  $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{\sin x - \cos x}{x - \pi/4}$
- (e)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x^2 - 4}$
- (f)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x e^{-x}$
- (g)  $\lim_{x \rightarrow \infty} x \left( \frac{\pi}{2} - \arctg x \right)$
- (h)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^{2x} - 1 - 2x}{x^2}$
- (i)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\ln^2 x}{\sqrt{x}}$
- (j)  $\lim_{x \rightarrow 0+0} x \ln^2 x$
- (k)  $\lim_{x \rightarrow 0+0} (\sin x)^x$

2. A L'Hospital-szabály segítségével határozzuk meg az alábbi  $a_n$  sorozatok határértékét.

- (a)  $a_n = \frac{n^2 + 5}{n^2 + 3n + 1}$
- (b)  $a_n = n \sin \frac{4}{n}$

3. Adjunk meg olyan  $c$  értéket, amelyre az

$$f(x) = \begin{cases} \frac{9x - 3 \sin 3x}{5x^3}, & x \neq 0 \\ c, & x = 0 \end{cases}$$

függvény folytonos lesz az  $x = 0$  helyen. Magyarázzuk meg, hogy miért jó az általunk adott  $c$  érték.

4. Keressük meg a függvények abszolút maximumát és minimumát a megadott intervallumon. Ezután rajzoljuk fel a függvény grafikonját. Keressük meg a grafikonon az abszolút szélsőértéknek megfelelő pontokat, és számítsuk ki e pontok koordinátáit.

- (a)  $f(x) = \frac{2}{3}x - 5, \quad -2 \leq x \leq 3$
- (b)  $f(x) = 4 - x^2, \quad -3 \leq x \leq 1$
- (c)  $f(x) = -\frac{1}{x}, \quad -2 \leq x \leq -1$
- (d)  $f(x) = \sin x, \quad -\frac{\pi}{2} \leq x \leq \frac{5\pi}{6}$

5. Keressük meg a differenciálhányadost, az összes kritikus pontot, és határozzuk meg a függvények lokális szélsőértékeit.

(a)  $y = x\sqrt{4 - x^2}$

(b)  $y = \begin{cases} 3 - x, & x < 0 \\ 3 + 2x - x^2, & x \geq 0 \end{cases}$

(c)  $y = \begin{cases} -x^2 - 2x + 4, & x \leq 1 \\ -x^2 + 6x - 4, & x > 1 \end{cases}$

(d)  $y = \sqrt[x]{x}$

6. Határozza meg az alábbi függvények szélsőértékeit, hol monoton nő ill. csökkenő, hol konvex, konkáv, hol van(nak) inflexiós pontjai!

(a)  $y = xe^{-x}$

(b)  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$

(c)  $y = \sin x + \cos x$