

Matematika A1 mintavizsga, 2008 őszi

100 perc, az 1-3 feladatokból el kell érni 30%-ot

- Mikor mondjuk, hogy az $\{a_n\}$ sorozat határértéke a $+\infty$? Irja le a definíciót!
 - Bizonyítsa be, hogy az $a_n = \left(1 + \frac{1}{n}\right)^n$ sorozat monoton nő!
 - Igaz-e, hogy a $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = +\infty$ és $\lim_{n \rightarrow \infty} b_n = +\infty$, akkor $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{a_n}{b_n} = 1$? (Ha igaz, akkor bizonyítsa be, ha nem, akkor mutasson ellenpéldát!)
- Mikor mondjuk, hogy az $f(x)$ függvény folytonos az $x = x_0$ helyen? Irja le a definíciót!
 - Mikor mondjuk, hogy az $f(x)$ függvény differenciálható az $x = x_0$ helyen? Irja le a definíciót!
 - Állapítsa meg, hogy folytonos-e az alábbi függvény az $x = 0$ és $x = \frac{1}{2}$ helyeken:

$$f(x) = \begin{cases} |x| & x < 0 \\ \arcsin x & 0 \leq x \leq \frac{1}{2} \\ \frac{\pi x}{3} & x > \frac{1}{2} \end{cases}$$

- Állapítsa meg, hogy deriválható-e az $f(x)$ függvény az $x = 0$ és $x = \frac{1}{2}$ helyeken!
- Bizonyítsa be, hogy $(\cos x)' = -\sin x$!
 - Határozza meg a $z^4 + 4z^2 + 16$ egyenlet megoldásainak algebrai alakjait a komplex számok között!
 - Legyen $P_1(4, 3, 2)$, $P_2(5, 1, -1)$ és $P_3(2, 4, 3)$.
 - Határozza meg a $P_1P_2P_3$ háromszögben a P_2 -nél lévő szöveget!
 - Határozza meg a $P_1P_2P_3$ háromszög területét!
 - Legyen $f(x) = \frac{1}{x\sqrt{1-x^2}}$.
 - $\lim_{x \rightarrow 1+0} f(x) = ?$
 - $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = ?$
 - $\lim_{x \rightarrow 1-0} f(x) = ?$
 - Adja meg azokat az intervallumokat, melyeken a függvény monoton növekvő ill. monoton csökkenő!
 - Adja meg a függvény lokális szélsőértékeinek helyét és típusát!
 - $\int x^2 \sqrt{1-x^2} dx = ?$ (Használja az $u = \sin x$ helyettesítést!)
 - $\int \frac{1}{x^2+2x-8} dx = ?$
 - $\int_3^\infty \frac{1}{x^2+2x-8} dx$
 - Határozott integrál segítségével bizonyítsa be, hogy a R sugarú kör kerülete $2R\pi$!
 - Konvergens-e az alábbi integrál? Indokolja válaszát!
 - $\int_\pi^\infty \frac{2+\cos x}{x\sqrt{x}} dx$
 - $\int_\pi^\infty \frac{3-\sin x}{\sqrt{x}} dx$