Matematika A1
7. feladatsor

Megoldások

1.

a., 5 **b.,** 0 **c.,** 5/7 **d.,** $\sqrt{2}$ **e.,** 1/6 **f.,** 0 **g.,** 1 **h.,** ∞ **i.,** 0 **j.,** 0 **k.,** 1

2.

a., 1

b., 4

3.

Megszűntethető szakadás x = 0 -ban.

$$c=\lim_{x\to 0} f(x)=\frac{27}{10}$$

4.

a., maximum [3 ; -3] ; minimum [-2 ; -19/3]

b., [0 ; 4] ; [-3 ; -5]

c., [-1 ; 1] ; [-2 ; 1/2]

d., $\left[\frac{\pi}{2}\ ;\ 1\right];\ \left[-\frac{\pi}{2} - 1\right]$

5.

a., $y' = \sqrt{4-x^2} - \frac{x^2}{\sqrt{4-x^2}}$

zérushelyek: x = -2 ; x = 0 ; x = 2
abszolút maximum és minimum: $[\sqrt{2}\ ;\ 2]\ ;\ [-\sqrt{2}\ ;\ -2]$
az értelmezési tartomány szélein (-2 -ben és 2-ben) lokális szélsőértékek
inflexiós pont az origóban

b., $y' = \begin{Bmatrix} -1, & x<0 \\ 2-2\mathrm{x}, & x\geq 0 \end{Bmatrix}$

zérushely: x = 3

lokális maximum és minimum: [1 ; 4] ; [0 ; 3]
inflexiós pont nincs (zérus görbületű és konkáv)

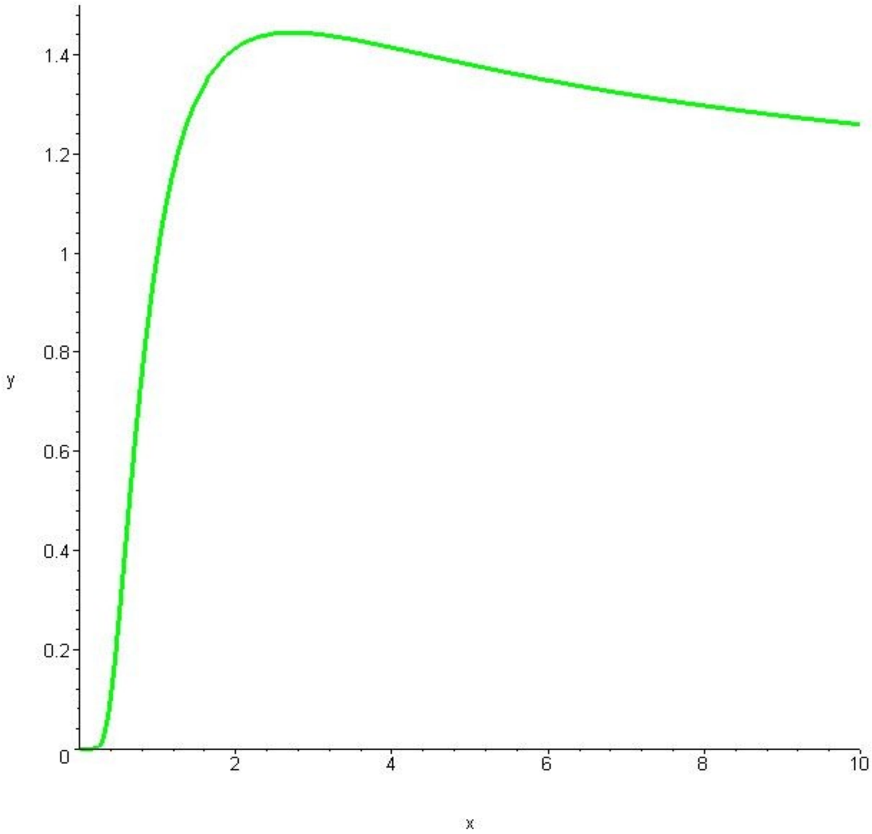
Abszolút szélsőérték nincs, mert $\lim\limits_{x\to\infty} = -\infty$, és $\lim\limits_{x\to-\infty} = \infty$.

c., $y' = \begin{cases} -2x-2, & x \le 1 \\ -2x+6, & x > 1 \end{cases}$

zérushelyek: $x = -\sqrt{5}-1$; $x = 3+\sqrt{5}$
lokális maximum: [-1 ; 5] ; [3 ; 5]
lokális minimum: [1 ; 1]
inflexiós pont nincs (mindenhol konkáv)

d., $y' = \sqrt[x]{x}\left(-\frac{\ln(x)}{x^2} + \frac{1}{x^2}\right)$

zérushely nincs
maximum: $[e\ ;\ \sqrt[e]{e}]$ A maximum abszolút, mert $\lim\limits_{x\to\infty} = 1$, és $\lim\limits_{x\to 0^+} = 0$; minimum nincs.
inflexiós pont: [0.582 ; 0.394] ; [4.368 ; 1.401]



6.

a., abszolút maximum: [1 ; 1/e]
monoton növő ha x < 1 ; monoton csökkenő ha x > 1
inflexiós pont: $\left[2\ ;\ \frac{2}{e^2}\right]$
konkáv ha x < 2 ; konvex ha x > 2

b., lokális maximum: [-1 ; 12]
lokális minimum: [3 ; -20]
monoton növő ha x < -1 és ha x > 3 ; monoton csökkenő ha -1 < x < 3
inflexiós pont: [1 ; - 4]
konkáv ha x < 1 ; konvex ha x > 1

c., Maximumhelyek: $x=\frac{\pi}{4}+2k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$,ezekhez a függvényérték: $y=\sqrt{2}$
Minimumhelyek: $x=\frac{5\pi}{4}+2k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$,ezekhez a függvényérték: $y=-\sqrt{2}$

2π szerint periodikus függvény. $\frac{\pi}{4}$ és $\frac{5\pi}{4}$ között monoton csökkenő, $\frac{5\pi}{4}$ és $\frac{\pi}{4}+2\pi$ között monoton növő; ez kiterjeszthető a periodicitás miatt.

Inflexiós pontok az $x=\frac{3\pi}{4}+k\pi$, $k\in\mathbb{Z}$ helyeken, a függvény helyettesítési értéke ezeken a helyeken nulla.

A függvény második deriváltja éppen a függvény x tengelyre vett tükörképe (mínusz egyszerese). Ezért ahol y pozitív, ott konkáv (y" < 0); ahol pedig negatív, ott konvex (y" > 0).