Deriválás

1. Deriválja az alábbi függvényeket:
   (a) $f(x) = x^2 + 5x + 12$, megoldás: $f'(x) = 2x + 5$
   (b) $f(x) = x + 3 + 12x^9$, megoldás: $f'(x)1 + 108x^8$
   (c) $f(x) = e^x + 4\sqrt{x} - arshx$, megoldás: $f'(x) = e^x + 2x^{-1/2} - \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$
   (d) $f(x) = \sin x + \cos x - 3chx$, megoldás: $f'(x) = \cos x - \sin x - 3shx$
   (e) $f(x) = arctgx + \frac{1}{\sqrt[3]{x}} - \ln x$, megoldás: $f'(x) = \frac{1}{1+x^2} - \frac{1}{3}x^{-4/3} - \frac{1}{x}$
   (f) $f(x) = \frac{x+\sqrt{x}}{\sqrt[3]{x}}$, megoldás: $f'(x) = \frac{2}{3}x^{-1/3} + \frac{1}{6}x^{-5/6}$
   (g) $f(x) = arcsinx - 2tgx + x^8$, megoldás: $f'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}} - \frac{2}{\cos^2 x} + 8x^7$
   (h) $f(x) = \frac{3^x+5^x}{7^x}$, megoldás: $f'(x) = \left(\frac{3}{7}\right)^x \ln\frac{3}{7} + \left(\frac{5}{7}\right)^x \ln\frac{5}{7}$
   (i) $f(x) = 4^x + x^4$, megoldás: $f'(x) = 4^x \ln 4 + 4x^3$
   (j) $f(x) = 12 + arcsinx + arccosx$, megoldás: $f'(x) = 0$

2. Deriválja az alábbi függvényeket:
   (a) $f(x) = e^x x^2$, megoldás: $f'(x) = e^x x^2 + e^x 2x$
   (b) $f(x) = 3^x \sin x$, megoldás: $f'(x) = 3^x \ln 3 \sin x + 3^x \cos x$
   (c) $f(x) = 5^x \ln x$, megoldás: $f'(x) = 5^x \ln 5 \ln x + \frac{5^x}{x}$
   (d) $f(x) = x^4 \sin x$, megoldás: $f'(x) = 4x^3 \sin x + x^4 \cos x$
   (e) $f(x) = x \ln x - x$, megoldás: $f'(x) = \ln x$
   (f) $f(x) = x^2 \sin x + x \cos x$, megoldás: $f'(x) = 2x \sin x + x^2 \cos x + \cos x - x \sin x$
   (g) $f(x) = (3x+5)(e^x + \sin x)$, megoldás: $f'(x) = 3(e^x + \sin x) + (3x+5)(e^x + \cos x)$
   (h) $f(x) = (7^x+x^3)(x^9+\cos x)$, megoldás: $f'(x) = (7^x \ln 7+3x^2)(x^9+\cos x)+(7^x+x^3)(9x^8 - \sin x)$
   (i) $f(x) = x \sin x e^x$, megoldás: $f'(x) = \sin x e^x + x \cos x e^x + x \sin x e^x$
   (j) $f(x) = x^2 \cos x \ln x$, megoldás: $f'(x) = 2x \cos x \ln x - x^2 \sin x \ln x + x^2 \cos x \frac{1}{x}$

3. Deriválja az alábbi függvényeket:
   (a) $f(x) = \frac{x+3}{x-1}$, megoldás: $f'(x) = \frac{-4}{(x-1)^2}$
   (b) $f(x) = \frac{1}{x^2+1}$, megoldás: $f'(x) = \frac{-2x}{(x^2+1)^2}$
   (c) $f(x) = \frac{3x+2}{x^2+2x+1}$, megoldás: $f'(x) = \frac{-3x^2-4x-1}{(x^2+2x+1)^2}$
   (d) $f(x) = \frac{\sin x}{x}$, megoldás: $f'(x) = \frac{x\cos x - \sin x}{x^2}$
   (e) $f(x) = \frac{e^x}{x+2}$, megoldás: $f'(x) = \frac{e^x(x+1)}{(x+2)^2}$
   (f) $f(x) = \frac{2x+3}{e^x + x\sin x}$, megoldás: $f'(x) = \frac{2(e^x+x\sin x)-(2x+3)(e^x+\sin x+x\cos x)}{(e^x+x\sin x)^2}$

(g) $f(x) = \frac{x^2 \ln x}{(x+1)\cos x}$, megoldás: $f'(x) = \frac{(2x\ln x + x)(x+1)\cos x - x^2 \ln x(\cos x - (x+1)\sin x)}{((x+1)\cos x)^2}$

(h) $f(x) = \frac{\sin x \cos x}{x^2}$, megoldás: $f'(x) = \frac{(\cos^2 x - \sin^2 x)x^2 - 2x\sin x\cos x}{x^4}$

(i) $f(x) = \frac{thx}{tgx}$, megoldás: $f'(x) = \frac{\frac{tgx}{ch^2 x} - \frac{thx}{\cos^2 x}}{tg^2 x}$

(j) $f(x) = \frac{(x+3)(x^2+\sqrt{x})}{\sin x + 1}$, megoldás: $f'(x) = \frac{(x^2+\sqrt{x}+(x+3)(2x+\frac{1}{2}x^{-1/2}))(\sin x+1)-(x+3)(x^2+\sqrt{x})\cos x}{(\sin x+1)^2}$

4. Deriválja az alábbi függvényeket:

(a) $f(x) = (x^2+1)^{11}$, megoldás: $f'(x) = 22x(x^2+1)^{10}$

(b) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2x+5}}$, megoldás: $f'(x) = (2x+5)^{-3/2}$

(c) $f(x) = \sqrt[3]{7x+3}$, megoldás: $f'(x) = \frac{7}{3}(7x+3)^{-2/3}$

(d) $f(x) = \sin(2x^4 + 9\sqrt{x})$, megoldás: $f'(x) = (8x^3 + \frac{9}{2}x^{-1/2}))\cos(2x^4 + 9\sqrt{x})$

(e) $f(x) = e^{x^2+5x+2}$, megoldás: $f'(x) = (2x+5)e^{x^2+5x+2}$

(f) $f(x) = \mathrm{tg}(3x+\pi)$, megoldás: $f'(x) = \frac{3}{\cos^2(3x+\pi)}$

(g) $f(x) = \sin(e^{2x}+5)$, megoldás: $f'(x) = 2e^{2x}\cos(e^{2x}+5)$

(h) $f(x) = \ln(x^2+x)$, megoldás: $f'(x) = \frac{2x+1}{x^2+x}$

(i) $f(x) = arctg(4x+3)arsh(9x-20)$, megoldás: $f'(x) = \frac{4}{1+(4x+3)^2}arsh(9x-20) + arctg(4x+3)\frac{9}{\sqrt{1+(9x-20)^2}}$

(j) $f(x) = arch(\sqrt{x} + \sqrt[3]{x})arsh(\frac{1}{x})$, megoldás: $f'(x) = \frac{\frac{1}{2}x^{-1/2}+\frac{1}{3}x^{-2/3}}{\sqrt{(\sqrt{x}+\sqrt[3]{x})^2-1}}arsh(\frac{1}{x}) - \frac{1}{x^2}\frac{1}{\sqrt{\left(\frac{1}{x}\right)^2+1}}$

(k) $f(x) = \frac{arcsin(x^3)}{arccos(x^2)}$, megoldás: $f'(x) = \frac{\frac{3x^2}{\sqrt{1-x^6}}arccos(x^2) + arcsin(x^3)\frac{2x}{\sqrt{1-x^4}}}{(arccos(x^2))^2}$

(l) $f(x) = \ln(\sin(x^2+5x))$, megoldás: $f'(x) = \frac{(2x+5)\cos(x^2+5x)}{\sin(x^2+5x)}$

(m) $f(x) = tg(arsh(2x+5))$, megoldás: $f'(x) = \frac{2}{\sqrt{1+(2x+5)^2}\cos^2(arsh(2x+5))}$

(n) $f(x) = \sin^2(x^2)$, megoldás: $f'(x) = 4x\cos(x^2)\sin(x^2)$

5. Deriválja az alábbi függvényeket:

(a) $f(x) = x^x$, megoldás: $f'(x) = x^x(\ln x + 1)$

(b) $f(x) = (\sin x)^{\sin x}$, megoldás: $f'(x) = (\sin x)^{\sin x}(\cos x \ln\sin x + \cos x)$

(c) $f(x) = (\ln x)^{\sqrt{x}}$, megoldás: $f'(x) = (\ln x)^{\sqrt{x}}(\frac{1}{2}x^{-1/2}\ln\ln x + \frac{\sqrt{x}}{x\ln x})$

(d) $f(x) = (\sin x)^x$, megoldás: $f'(x) = (\sin x)^x(\ln\sin x + x\frac{\cos x}{\sin x})$

(e) $f(x) = x^{\ln x}$, megoldás: $f'(x) = \frac{2\ln x}{x}x^{\ln x}$

(f) $f(x) = (tgx)^{\frac{1}{\sin x}}$, megoldás: $f'(x) = (tgx)^{\frac{1}{\sin x}}(-\frac{\cos x}{\sin^2 x}\ln(tg3x) + \frac{1}{\sin x}\frac{1}{tg3x}\frac{3}{\cos^2 3x})$