

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

## Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2011. december 14.

Munkaidő: 100 perc, az 1-3 feladatokból el kell érni 30%-ot

- (a) (3 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény  $x = x_0$  pontban vett folytonosságát!

(b) (2 pont) Adja meg a valós számok legbővebb olyan részhalmazát, ahol az  $f(x) = \frac{\cos \frac{x}{2}}{x^2 - \pi^2}$  folytonos!

(c) (5 pont) Tegye mindenütt folytonossá a fenti  $f(x)$  függvényt oly módon, hogy ahol nem folytonos ott alkalmasan definiálja az  $f(x)$  függvényt!
- (a) (3 pont) Definiálja az  $f(x)$  függvény  $x = x_0$  helyen vett deriváltját!

(b) (7 pont) Mondja ki és bizonyítsa be az  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$  függvény  $x = x_0$  helyen vett deriváltjára vonatkozó szabályt!
- (a) (4 pont) Mondja ki a Lagrange-féle középértéktételt!

(b) (6 pont) Mutassa meg, hogy a Lagrange-féle középértéktétel teljesül az  $f(x) = \sqrt[3]{1+x}$  függvényre a  $[0, 7]$  intervallumon!
- Legyen  $A(2, 1, 3)$ ,  $B(-1, 2, 3)$ ,  $C(4, 3, 2)$  és  $D(1, -1, 3)$ .

(a) (5 pont) Határozza meg az  $ABCD$  tetraéder térfogatát;

(b) (5 pont) Határozza meg az  $ABC$  háromszög  $A$  csúcsánál lévő szögét!
- (10 pont) Határozza meg, hogy az  $f(x) = \ln(1+x^2)$  függvény hol konvex ill. konkáv!
- (10 pont) Adja meg, hogy az egységnyi térfogatú, négyzet alapú egyenes hasábok közül melyik felszíne a legkisebb! A szélsőérték típusának ellenőrzése is része a feladatnak!
- (10 pont) Határozza meg az alábbi integrált:

$$\int \frac{\sqrt{x}}{1 + \sqrt{x}} dx$$

(használja a  $t = \sqrt{x}$  helyettesítést)

- Határozza meg az  $y = x^{3/2} + 1$ ,  $0 \leq x \leq 1$  görbe

(a) (5 pont) ívhosszát

(b) (5 pont)  $x$ -tengely körüli megforgatásával nyert forgásfelület térfogatát!
- Döntse el, hogy az alábbi improprius integrálok közül melyek konvergensek! Konvergens improprius integrál esetén számítsa ki az értékét!

(a) (5 pont)  $\int_{10}^{\infty} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$

(b) (5 pont)  $\int_{10}^{\infty} \frac{1}{x+1} dx$