

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2014. december 16.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot és összesen is el kell érni 30%-ot

1. (a) (5 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy az $f(x)$ függvény határértéke az x_0 -ban az A valós szám!
- (b) (5 pont) A definíció segítségével számolja ki az $f(x) = x^2$ függvény $x_0 = 3$ -ban vett deriváltját! (Csak a definíció használatáért jár pont!)
2. (a) (5 pont) Definiálja az \underline{a} és \underline{b} térvektorok vektoriális szorzatát!
- (b) (5 pont) Bizonyítsa be, hogy tetszőleges \underline{a} és \underline{b} térvektorok esetén $(\underline{a} + \underline{b}) \times (\underline{a} - \underline{b}) = -2(\underline{a} \times \underline{b})$.
3. (10 pont) Bizonyítsa be a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1$ határértéket!
4. (10 pont) Határozza meg az $\left(\frac{2+6i}{-2+4i}\right)^{2014}$ komplex szám algebrai alakját!
5. (10 pont) A lappföldi Mikulásnak két rénszaravasa van: Vágta és Éppenhogycsak. Vágta egyedül ha valamelyik nap x sebességgel ($x \geq 1$) húzná a szánt, akkor Éppenhogycsakot melléfogva az még $\frac{1}{x}$ sebességet tud hozzáadni. A Mikulás már öreg, emiatt íjedős. Minél gyorsabban megy a szán annál többször fogja vissza az állatokat. Ez a precíz mérések szerint ha Vágta x sebességgel húzná a szánt, akkor ez éppen $\ln x$ sebességcsökkenést eredményez. Egyszer egy ellenőrzésnél azzal vádolják meg a Mikulást, hogy lassan hajtott. Lappföldön a lassúhajtás határa $\frac{7}{4}$. Meg tudja-e védeni magát a Mikulás?
6. (10 pont) Határozza meg a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1}{\sqrt{1+2x}-1} - \frac{1}{\ln(1+x)}$ határértéket!
7. (10 pont) Határozza meg az $\int (x+2)e^x + \frac{\arcsin x}{\sqrt{1-x^2}} dx$ integrált!
8. (10 pont) Forgassuk meg az $f(x) = \frac{\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}}$, $1 \leq x \leq 4$ görbét az x tengely körül. Határozza meg az így kapott forgástest térfogatát! (Segítség: használjon $t = \sqrt{x}$ helyettesítést!)
9. Döntse el, hogy az alábbi improprius integrálok közül melyek konvergensek!
 - (a) (5 pont) $\int_{10}^{\infty} \frac{1}{x \ln x} dx$
 - (b) (5 pont) $\int_1^{\infty} \frac{1}{x^2 + \cos x} dx$