

Zh-k összpontszáma	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Vizsga	Zh+vizsga	Jegy

Név:

Neptun kód:

Építőmérnöki Matematika A1 vizsga, 2020. január 7.

Munkaidő: 100 perc, a 7-9 feladatokból el kell érni 30%-ot.

- (3 pont) Definiálja, hogy az a_n sorozatot mikor mondjuk monoton növénynek!
 - (3 pont) Döntse el, hogy az alábbi sorozatok közül melyek monoton növények: a. $a_n = \frac{2n+3}{2n+1}$ b. $a_n = \frac{2n+(-1)^n}{n}$ c. $a_n = \frac{n^2+1}{n}$
 - (4 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy az a_n sorozat határértéke a A szám!
- (3 pont) Definiálja, hogy mikor mondjuk, hogy az $f(x)$ függvény x_0 helyen vett határértéke a A szám!
 - (3 pont) Döntse el, hogy az alábbi függvények közül melyeknek van az $x_0 = 0$ helyen határértéke: a. $f_1(x) = \operatorname{sgn}(x)$ b. $f_2(x) = |x|$ c. $f_3(x) = \frac{x^2+3x}{x}$
 - (3 pont) Határozza meg a $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x) - x}{\sin^2 x}$ határértéket!
- (3 + 7 pont) Tegyük fel, hogy $f(x)$ és $g(x)$ függvények differenciálhatók az x_0 -ban. Hogyan számolható ki az $y = f(x)g(x)$ függvény deriváltja az x_0 -ban? Bizonyítsa be a deriválásra vonatkozó szabályt!
- (10 pont) Határozza meg a $z^5 + 512z^2 = 0$ egyenlet komplex gyökeinek algebrai alakját!
- Tekintsük az e_1 $x = -4 + t$, $y = 2 - 2t$, $z = 3 - t$ és az e_2 $x = 2 - 2t$, $y = 3 + 4t$, $z = 1 + 2t$ egyeneseket!
 - (3 pont) Döntse el, hogy az e_1 és e_2 egyenesek metszők, párhuzamosak vagy kitérők!
 - (7 pont) Határozza meg az e_1 és e_2 egyenesek távolságát!
- (10 pont) Határozza meg, hogy $x^2 + y^2 = 2$ implicit módon adott görbe mely pontjaiban lesz az érintő párhuzamos az $y + x = 5$ egyenessel!
- (10 pont) Határozza meg az $\int e^{\sqrt{x+2}} dx$ integrált! Segítség: használjon $t = \sqrt{x+2}$ helyettesítést!
- (10 pont) A napkeleti bölcsek a vándorlásuk során Jeruzsálemben jutottak el és tudták, hogy már közel vannak a végcéljukhoz, Betlehemhez. Az útjukat vezérlő csillag egyre halványabban világított, ezért reggel úgy döntöttek, hogy Nagy Heródestől kérnek útbaigazítást. A palotában az alábbi párbeszéd zajlott le:
 - Ó Heródes, Júdea királya, messzi földről jött vándorok vagyunk és Betlehembe szeretnénk eljutni, mert álmainkban azt az üzenetet kaptuk, hogy ott születik meg a Megváltó! Eddig egy csillag irányította az útunkat, de most már gyenge a fénye, ezért téled kérünk tanácsot, hogy hogyan juthatunk Betlehembe!
 - Segítetek nektek. Tudjátok meg, hogy háromszorosan is szerencsések vagytok! Most zajlik a tizenkét évente esedékes adóösszeírás és ennek kapcsán a birodalom legkiválóbb térképésze egy részletgazdag térképet állított össze. Ezt egy új módszert használva készítette.

Itt Heródes elmondta a koordinátarendszer lényegét, a valós függvények ábrázolásának technikáját, majd így folytatta:

- A térképész úgy készítette a térképet, hogy a koordinátarendszer, amit használt olyan, hogy az origóban Jeruzsálem van, míg az $(1, 1)$ pontba Betlehem került. Az utolsó térkép még nálam van és oda is adom nektek.

Ezek után előhozatta a térképet, majd kiterítette.

- Amint látjátok két út is vezet Betlehembe. A fenti út egy egység sugarú negyedkör, míg a lenti út pontosan az $f(x) = x^{1,5}$ függvény grafikonjának felel meg. Azt tanácsolom, hogy rövidebb úton menjetek, mert ekkor még világosban Betlehembe értek, különben a sötétben a vadállatok veszélyesek lehetnek!

Melyik a rövidebb út?

9. (10 pont) Határozza meg az $x^2y' = y^2 + 1$ szeparábilis differenciálegyenlet általános megoldását explicit alakban!